

# Минимизация дефицита мощности в электроэнергетической системе с учетом потерь мощности в линиях электропередачи

ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И., КОВАЛЕВ Г.Ф., ЛЕБЕДЕВА Л.М., ПЕРЖАБИНСКИЙ С.М.

*Исследуется модель минимизации дефицита мощности в электроэнергетической системе (ЭЭС) с учетом потерь мощности в линиях электропередачи. Модель предназначена для оценки надежности системы. Предлагается способ решения задачи минимизации дефицита мощности, реализованный в виде решения задачи выпуклого программирования методом внутренних точек с использованием квадратичных аппроксимаций. Представлены сравнительные результаты экспериментальных расчетов.*

**Ключевые слова:** электроэнергетическая система, надежность, дефицит мощности, математическая модель, метод внутренних точек, квадратичные аппроксимации

В ИСЭМ СО РАН разработана методика анализа надежности электроэнергетической системы (ЭЭС) [1, 2] и реализована в виде программного комплекса [3]. Методика состоит из трех блоков:

1. Вероятностный блок, в котором формируются случайным образом возможные состояния ЭЭС.
2. Блок оптимизации сформированных расчетных состояний (модель минимизации дефицита мощности).
3. Блок вычисления показателей надежности ЭЭС, в котором обрабатывается информация, накопленная в результате работы первых двух блоков.

В этой методике блок оптимизации занимает центральное место и от его реализации зависит не только качество результатов, но и время решения всей задачи и размер исследуемой ЭЭС. Поэтому к модели минимизации дефицита мощности предъявляются особые требования. Она должна быть агрегированной, максимально адекватной действительности, легко реализуемой, решаемой за максимально короткое время. Чем меньше время оптимизации, тем большее число случайных состояний можно «проиграть» и тем самым увеличить объем накапливаемой информации для ее дальнейшей статистической обработки.

Первые модели оценки дефицита мощности ЭЭС, разработанные в ИСЭМ, представляют собой решения задачи линейного программирования, в которой для минимизации дефицита мощности использовался или алгоритм Форда—Фалкерсона (при его использовании решение сильно зависело от нумерации узлов расчетной схемы), или двухэтапный алгоритм метода внутренних точек, пред-

*A model for minimizing a shortage of power in an electric power system is considered that takes power losses in power lines into account. The described model is intended for estimating the reliability of a system. A method for solving the problem of minimizing a shortage of power is proposed, which is implemented as a solution of a convex programming problem by the interior point method using quadratic approximations. Comparative results of experimental calculations are presented.*

**Key words:** electric power system, reliability, shortage of power, mathematical model, interior point method, quadratic approximations

ложенный И.И. Дикиным [], где распределение по узлам суммарного дефицита мощности в системе проводилось пропорционально нагрузкам в них (история вопроса подробно изложена в [5]).

Одним из направлений повышения адекватности модели оценки дефицита мощности в ЭЭС является учет потерь мощности при передаче ее по межузловым связям. При этом модель приобретает более реальный физический смысл и позволяет получить однозначное решение. В статье излагаются теоретические исследования свойств модели, в которой учитываются потери мощности в ЛЭП, фактически зависящие от квадрата передаваемой по ней мощности, и предлагается более эффективный, с точки зрения авторов, алгоритм метода внутренних точек, использующий квадратичные аппроксимации. Особенность этого алгоритма состоит в том, что в целевую функцию добавляются квадратичные составляющие функций ограничений с весами, равными приближениям к множителям Лагранжа этих ограничений.

**Модель оценки дефицита мощности электроэнергетических систем с учетом потерь мощности в сети.** Рассматривается схема электроэнергетической системы, состоящая из  $n$  узлов и  $m$  связей между ними. Задана располагаемая генераторная мощность  $\bar{x}_i$ , нагрузка  $\bar{y}_i$  в  $i$ -м узле ЭЭС, предел пропускной способности  $\bar{z}_{ij}$  линии электропередачи, связывающей узлы  $i$  и  $j$ ,  $i=1, \dots, n$ ,  $y=1, \dots, n$ . Считается, что для всех  $i$  и  $j$   $\bar{x}_i \geq 0$ ,  $\bar{y}_i \geq 0$ ,  $\bar{z}_{ij} \geq 0$ . Если при некоторых  $i$  и  $j$  значение  $\bar{z}_{ij} < 0$ , то это означает, что

связи между узлами  $i$  и  $j$  нет. Очевидно, что  $\bar{z}_{ij} = +\infty$ .

Переменными задачи являются:  $x_i$  — используемая генераторная мощность в узле  $i$ ;  $y_i$  — покрываемая нагрузка в узле  $i$ ;  $z_{ij}$  — поток мощности из узла  $i$  в узел  $j$ .

Требуется минимизировать суммарный дефицит мощности в системе:

$$\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - y_i) \rightarrow \min, \quad (1)$$

учитывая балансы мощности в узлах —

$$x_i - y_i + \sum_{j=1}^n (1 - a_{ji} z_{ji}) z_{ji} - \sum_{j=1}^n z_{ij} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

и линейные двусторонние ограничения-неравенства на переменные —

$$0 \leq y_i \leq \bar{y}_i, \quad i = 1, \dots, n; \quad (3)$$

$$0 \leq x_i \leq \bar{x}_i, \quad i = 1, \dots, n; \quad (4)$$

$$0 \leq z_{ij} \leq \bar{z}_{ij}, \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n. \quad (5)$$

*Замечание.* Коэффициенты  $a_{ij}$ , используемые для описания потерь при передаче электроэнергии из узла  $i$  в узел  $j$ , считаются заданными.

*Определение.* Тройку векторов  $x, y, z$ , удовлетворяющих балансовым уравнениям (2) и неравенствам (3)–(5), будем называть допустимым решением задачи (1)–(5). Множество таких векторов образует множество допустимых решений.

Задача (1)–(5) имеет решение, так как множество допустимых решений не пусто ( $y=0, x=0, z=0$  — допустимое решение). Из выполнения неравенств (3)–(5) для любого допустимого решения следует его ограниченность. Множество допустимых решений задачи (1)–(5) невыпукло (за исключением некоторых вырожденных случаев), что несколько усложняет вычислительный процесс. Пусть существуют такие ненулевые допустимые решения  $(\tilde{y}, \tilde{x}, \tilde{z}), (\hat{y}, \hat{x}, \hat{z})$ , у которых  $\tilde{z} \neq \hat{z}$ , тогда их выпуклая комбинация  $(1-\lambda)\tilde{y} + \lambda\hat{y}, (1-\lambda)\tilde{x} + \lambda\hat{x}, (1-\lambda)\tilde{z} + \lambda\hat{z}$  не удовлетворяет балансовым ограничениям (2) (значения функций в левой части ограничений (2) равны  $(1-\lambda) \sum_{j=1}^n (1 - a_{ji} (\tilde{z}_{ji} - \hat{z}_{ji}))^2 > 0$  для  $\lambda \in (0,1)$  и всех  $i$ , таких, что существует номер  $j$ , при котором  $\tilde{z}_{ji} \neq \hat{z}_{ji}$ ).

Заменим ограничения (2) на следующие:

$$x_i - y_i + \sum_{j=1}^n (1 - a_{ji} z_{ji}) z_{ji} - \sum_{j=1}^n z_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6)$$

Множество векторов, соответствующих ограничениям (3)–(6), является выпуклым, так как для

любой выпуклой комбинации двух различных допустимых решений  $(\tilde{y}, \tilde{x}, \tilde{z}), (\hat{y}, \hat{x}, \hat{z})$  выполняются ограничения (3)–(6).

Доказано [5], что суммарный дефицит, найденный в результате решения задачи (1), (3)–(6), будет минимальным в задаче (1)–(5).

**Замечания по реализации модели оценки дефицита мощности электроэнергетической системы с учетом квадратичных потерь мощности в сети.** Для сокращения числа неизвестных при реализации модели потоки мощности по одной и той же связи можно представить в виде одной переменной, а не двух, ограничения (5), (6) примут следующий вид:

$$z_{ij} \leq z_j \leq \bar{z}_j, \quad j = 1, \dots, m; \quad (7)$$

$$x_i - y_i + \sum_{j=1}^m t_{ij} z_j - \sum_{j=1}^m \tilde{a}(z_j) (z_j)^2 \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (8)$$

где  $m$  — число связей между узлами;  $t_{ij}$  — элементы матрицы связей размером  $n \times m$ ;

$t_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если узел } i \text{ является началом связи } j; \\ 1, & \text{если узел } i \text{ является концом связи } j; \\ 0, & \text{если узел } i \text{ не примыкает к связи } j. \end{cases}$

Функции  $\tilde{a}(z_j)$  определяются следующим образом:

$$\tilde{a}(z_j) = \begin{cases} a_j, & \text{если } t_{ij} z_j > 0; \\ 0, & \text{если } t_{ij} z_j \leq 0, \end{cases}$$

$i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m$ . Величина  $z_j = -\bar{z}_j$  для всех  $j$ .

При нахождении минимального суммарного дефицита мощности возможна ситуация, когда в результате решения задачи (1), (3), (4), (7), (8) получается отрицательное значение потока мощности между узлами, т.е.  $z_j < 0$ . Это означает, что поток мощности по  $j$ -й связи направлен в обратную относительно заданного направления сторону.

Некоторые узлы  $i$  могут не обладать генерирующими мощностями ( $\bar{x}_i = 0$ ). Обозначим через  $L$  множество номеров узлов с нулевой располагаемой мощностью. Далее рассматривается только случай, когда во всех узлах  $\bar{y}_i > 0$  и у всех связей  $\bar{z}_j > 0, z_j < 0$ .

Для решения задачи (1), (3), (4), (7), (8) используется алгоритм метода внутренних точек, основывающийся на методе линеаризации [4]. На каждой итерации  $k = 1, 2, \dots$  в точке линеаризации  $x^k, y^k, z^k$  нелинейные ограничения-равенства заменяются на их линейную аппроксимацию. На приращение  $Dx, Dy, Dz$  векторов  $x, y, z$  в данной точке накладывается ограничение путем добавления к целевой функции квадрата евклидовой нормы векторов  $Dx, Dy, Dz$ .

Для уменьшения погрешностей линеаризации при решении нелинейных задач оптимизации методом внутренних точек можно учитывать квадратичные составляющие разложения целевой функции и функций-ограничений в ряд Тейлора. В [6] Б.Н. Пшеничным предложен модифицированный метод линеаризации, использующий квадратичные аппроксимации линеаризуемых функций. Проведенные ранее экспериментальные исследования для задач с нелинейными ограничениями [7] показали, что метод внутренних точек, использующий квадратичные аппроксимации, работает быстрее, чем метод внутренних точек, базирующийся на линеаризации.

Вычислительный процесс метода внутренних точек проходит таким образом, что ограничения задачи выполняются в строгой форме. Поэтому для выбора стартовой внутренней точки предлагается для узлов  $i \in L$  ввести фиктивную переменную  $x_i > 0$ . Тогда задача нахождения минимального суммарного дефицита мощности примет вид:

$$\min_{y, x} \sum_{i=1}^m (\bar{y}_i - y_i) + N \sum_{i \in L} x_i \quad (9)$$

учитывая ограничения (3), (4), (17), (18) и условие

$$x_i \geq 0, \quad i \in L, \quad (10)$$

где  $N$  – число, большее единицы (в расчетах использовалось  $N=2$ ).

Опишем процедуру выбора стартовой точки. Будем считать, что изначально потоков мощности в сети нет, т.е.  $z_j^0 = 0, j = 1, \dots, m$ . Для всех узлов  $i$  в качестве стартовых значений переменных  $x_i, y_i$  возьмем такие  $x_i^0, y_i^0$ , которые удовлетворяют ограничениям (3), (4), (10), записанным в строгой форме, чтобы  $x_i^0$  было больше  $y_i^0$ . Таким образом, на первой итерации неравенства (8) также будут выполняться в строгой форме.

Ниже представлено описание алгоритма внутренних точек, использующего квадратичные аппроксимации, для задачи нахождения минимального суммарного дефицита мощности, записанной в общем виде.

**Алгоритм метода внутренних точек с квадратичными аппроксимациями.** Рассмотрим задачу минимизации линейной функции при выпуклых квадратичных ограничениях:

$$c^T x \rightarrow \min; \quad (11)$$

$$x^T A_i x + d_i^T x \leq 0, \quad i = 1, \dots, m; \quad (12)$$

$$x \leq \bar{x}. \quad (13)$$

Переменные  $x$  образуют вектор из  $R^n$ . Заданными являются матрицы  $A_i$  размером  $n' \times n, i = 1, \dots, m$ , векторы  $c \in R^n, d_i \in R^n, \bar{x} \in R^n, x \in R^n$ . Предполагается, что матрицы  $A_i$  – симметричные неотрицательно-определенные, что обуславливает выпуклость функций  $x^T A_i x + d_i^T x, i = 1, \dots, m$ .

Предполагаем известным начальное приближение  $x^0 \in R^n$ , удовлетворяющее условиям (12), (13) в строгой форме:

$$(x^0)^T A_i x^0 + d_i^T x^0 < 0, \quad i = 1, \dots, m;$$

$$x < x^0 < \bar{x}.$$

На итерации  $k, k = 1, 2, \dots$ , сначала вычисляется направление корректировки  $Dx^k \in R^n$ , являющейся решением следующей задачи:

$$c^T Dx + \frac{1}{2} Dx^T D_1^k Dx + \frac{1}{2} Dx^T D_2^k Dx + \frac{1}{2} Dx^T D_3^k Dx \rightarrow \min, \quad (14)$$

где  $D_1^k = \text{diag}(\min\{\bar{x}_j - x_j^k, x_j^k - \underline{x}_j\})^{-2}$ ;

$$D_2^k = \sum_{i=1}^m v_i^{k-1} A_i;$$

$$D_3^k = \sum_{i=1}^m \frac{(A_i x^k + d_i)(A_i x^k + d_i)^T}{((x^k)^T A_i x^k + d_i^T x^k)^2};$$

$v_i^{k-1} = \max\{0, u_i^{k-1}\}$ ;  $u_i^{k-1}$  – множители Лагранжа ограничений (12), вычисленные на  $(k-1)$ -й итерации.

При  $k=1$  положим  $v_i^0 = 1, i = 1, \dots, m$ . Слагаемые  $\frac{1}{2} Dx^T D_1^k Dx, \frac{1}{2} Dx^T D_3^k Dx$ , добавляемые в целевую функцию вспомогательной задачи, можно интерпретировать как штрафы за приближение к границам допустимой области. Матрица  $D_2^k = \sum_{i=1}^m v_i^{k-1} A_i$  представляет собой сумму квадратичных составляющих функций-ограничений с весами, равными приближениям к множителям Лагранжа этих ограничений. В методе внутренних точек, базирующемся на линеаризации, вместо матрицы  $D_2^k$  используется единичная матрица того же размера.

Вспомогательная задача (14) сводится к решению системы линейных уравнений с симметричной положительно-определенной матрицей:

$$(D_1^k + D_2^k + D_3^k) Dx = -c.$$

Для решения этой системы можно воспользоваться методом квадратного корня.

После нахождения направления корректировки вычисляется шаг корректировки по следующему правилу:

$$l_k = \text{gmin}\{l_k^1, l_k^2\} \text{ при заданном } g^1(0,1), \quad (15)$$

где

$$l_k^1 = \max\{l : (x^k + lDx^k)^T A_i (x^k + lDx^k) +$$

$$+ d^T (x^k + lDx^k) \leq 0, i = 1, \dots, m\};$$

$$l_k^2 = \max\{l : \underline{x} \leq x^k + lDx^k \leq \bar{x}\}.$$

Итеративный переход осуществляется по формуле

$$x^{k+1} = x^k + l_k Dx^k \text{ для всех } k = 1, 2, \dots \quad (16)$$

Основываясь на необходимых и достаточных условиях оптимальности Куна—Таккера, в качестве критерия останова можно использовать выполнение следующих неравенств:

$$\left\| c + \sum_i^m v_i^k (A_i x^k + d) + h^k - z^k \right\| \leq e_1; \quad (17)$$

$$v_i^k (- (x^k)^T A_i x^k - d^T x^k) \leq e_2, i = 1, \dots, m;$$

$$h_j^k (\bar{x}_j - x_j^k) \leq e_2; \quad (18)$$

$$v_j^k (x_j^k - \underline{x}_j) \leq e_2, i = 1, \dots, n,$$

при заданных малых положительных числах  $e_1, e_2$ . Здесь  $h^k, z^k \in R^n$  – векторы приближений к множителям Лагранжа ограничений (13).

Для вырабатываемых алгоритмом приближений к оптимальному решению ограничения (11), (12) на каждой итерации выполняются в строгой форме:

$$(x^k)^T A_i x^k + d_i^T x^k < 0, i = 1, \dots, m;$$

$$\underline{x} < x^k < \bar{x}.$$

Это следует из допустимости стартовой точки и правил вычисления шага.

Если вектор  $x^k$  не удовлетворяет условиям (17), (18), то из выполнения неравенства

$$-c^T Dx^k > 0$$

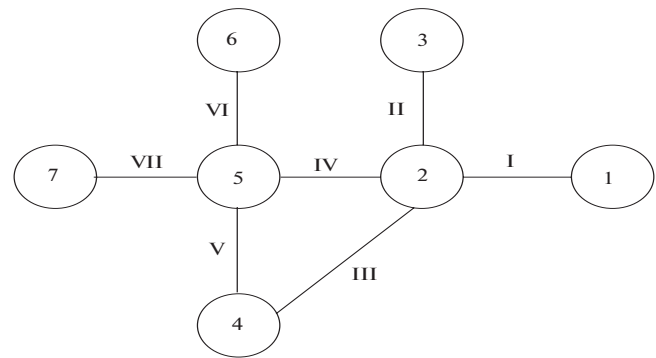
и правил определения шага корректировки следует, что значение целевой функции уменьшится:

$$c^T x^{k+1} < c^T x^k.$$

Если неравенства (17), (18) в точке  $x^k$  выполняются, то вычислительный процесс останавливается.

**Результаты экспериментальных расчетов.** Экспериментальные исследования проводились на серии

из 50 режимов, сформированных с помощью датчика случайных чисел, для заданной схемы ЭЭС [1], представленной на рисунке.



Тестовая расчетная схема ЭЭС

В табл. 1 и 2 приведены основные характеристики узлов и связей одного из тестовых режимов. Тестовая схема по заданным режимам рассчитывалась двумя алгоритмами: методом внутренних точек, использующим квадратичные аппроксимации, и методом внутренних точек, базирующимся на линеаризации. В табл. 3 и 4 указаны минимальное, максимальное и среднее число итераций, потребовавшихся для решения всех тестовых задач при заданных  $e_1, e_2$ . В условиях (17), (18) использовались разные значения  $e_1, e_2$ .

Таблица 1

| Номер узла $i$ | Характеристики узлов расчетного режима тестовой схемы ЭЭС |   |   |
|----------------|---|---|---|
|                | Располагаемая мощность $\bar{x}_i$ , МВт                  | Максимальная нагрузка $\bar{y}_i$ , МВт | Баланс в $i$ узле $\bar{x}_i - \bar{y}_i$ , МВт |
| 1              | 2458  | 2734                                    | -276  |
| 2              | 1600  | 1760                                    | -160  |
| 3              | 383   | 528                                     | -145  |
| 4              | 1350  | 170                                     | 1180  |
| 5              | 409   | 1647                                    | -1238   |
| 6              | 921   | 514                                     | 407   |
| 7              | 0   | 200                                     | -200  |
| Итого          | 7121  | 7553                                    | -432  |

Таблица 2

| Номер связи $j$ | Характеристики связей расчетного режима тестовой схемы ЭЭС |             |   |
|-----------------|--|-------------|---|
|                 | Максимально возможные потоки по связи $j$ , МВт            |             | Коэффициент потерь мощности в связи $a_j$ |
|                 | $\underline{z}_j$  | $\bar{z}_j$ |   |
| I               | -360   | 360         | 0,000078                                  |
| II              | -150   | 150         | 0,000050                                  |
| III             | -200   | 200         | 0,000046                                  |
| IV              | -800   | 800         | 0,000017                                  |
| V               | -1200  | 1200        | 0,000009                                  |
| VI              | -300   | 300         | 0,000008                                  |
| VII             | -150   | 150         | 0,000009                                  |

Таблица 3

| Метод<br>внутренних точек                     | Результаты расчетов тестовой схемы ЭЭС<br>по заданным режимам |                  |                   |         |
|---|---|------------------|-------------------|---------|
|   | Точность  | Число итераций   |                   |         |
|   |   | минималь-<br>ное | максималь-<br>ное | среднее |
| Использующий<br>квадратичные<br>аппроксимации | $\epsilon_1 = 0,05,$<br>$\epsilon_2 = 0,05$                   | 14               | 49                | 19,62   |
| Базирующийся на<br>линеаризации               | $\epsilon_1 = 0,05,$<br>$\epsilon_2 = 0,05$                   | 14               | 83                | 24,22   |

Таблица 4

| Метод<br>внутренних точек                     | Результаты расчетов тестовой схемы ЭЭС<br>по заданным режимам |                  |                   |         |
|---|---|------------------|-------------------|---------|
|   | Точность  | Число итераций   |                   |         |
|   |   | минималь-<br>ное | максималь-<br>ное | среднее |
| Использующий<br>квадратичные<br>аппроксимации | $\epsilon_1 = 0,01,$<br>$\epsilon_2 = 0,01$                   | 16               | 74                | 23,2    |
| Базирующийся на<br>линеаризации               | $\epsilon_1 = 0,01,$<br>$\epsilon_2 = 0,01$                   | 16               | 147               | 40,22   |

Результаты расчета показали, что при методе внутренних точек, использующем квадратичные аппроксимации, для решения требуется в среднем в 1,2–2 раза меньшее число итераций, чем при методе, базирующемся на линеаризации. Причем с уменьшением значений  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  различие в скорости вычислений увеличилось. Сопоставление работы двух алгоритмов по числу итераций справедливо, поскольку на каждую итерацию в сравниваемых методах приходится примерно один и тот же объем вычислений и основные затраты времени связаны с необходимостью решать систему с симметричной положительно-определенной матрицей.

**Выводы.** 1. Для модели оценки дефицита мощности ЭЭС с потерями мощности в ЛЭП предложен способ представления модели в виде задачи выпуклого программирования путем замены балансовых ограничений-равенств на ограничения, записанные в форме неравенств.

2. Результаты экспериментальных исследований подтвердили работоспособность метода внутренних точек с использованием квадратичных аппроксимаций и показали его пригодность для решения задачи нахождения минимального суммарного дефицита мощности с учетом ее квадратичных потерь в сетях. Значимость применения данного алгоритма для решения задачи (1), (3), (4), (7), (8) состоит в том, что благодаря учету активных ограничений задачи и эффективной минимизации погрешностей

линеаризации увеличивается скорость работы алгоритма по сравнению с исходным методом, основанном на линеаризации.

3. Для решения задачи поиска минимального суммарного дефицита мощности требуется найти значения  $2n + m$  переменных. В предлагаемом методе на каждой итерации решается система линейных уравнений с симметричной положительно-определенной матрицей размером  $m' \times m$ . Тем самым находят значения  $m$  переменных, через которые выражаются остальные. Такой подход позволяет сократить время вычислений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко Ю.Н., Чельцов М.Б. Надежность и резервирование в электроэнергетических системах. – Новосибирск: Наука, 1974.
2. Ковалев Г.Ф., Лебедева Л.М. Модель оценки надежности электроэнергетических систем при долгосрочном планировании их работы. – Электричество, 2000, № 11.
3. Ковалев Г.Ф., Лебедева Л.М. Комплекс моделей оптимизации режимов расчетных состояний при оценке надежности электроэнергетических систем. Препринт. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2000.
4. Дикин И.И., Зоркальцев В.И. Итеративное решение задач для математического программирования (алгоритмы метода внутренних точек). – Новосибирск: Наука, 1980.
5. Зоркальцев В.И., Ковалев Г.Ф., Лебедева Л.М. Модели оценки дефицита мощности электроэнергетических систем. Препринт. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2000.
6. Пшеничный Б.Н. Метод линеаризации. – М.: Наука, 1983.
7. Пержабинский С.М. Алгоритм внутренних точек, использующий квадратичные аппроксимации. – Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – Иркутск: ИрГУПС, 2008, №3(19).

*А в т о р ы : Зоркальцев Валерий Иванович окончил экономический факультет Новосибирского государственного университета в 1972 г. В 1988 г. защитил докторскую диссертацию «Методы прогнозирования и анализа эффективности функционирования системы топливоснабжения». Профессор, зав. лабораторией.*

*Ковалев Геннадий Федорович окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института в 1960 г. В 1998 г. защитил докторскую диссертацию «Учет комплексного фактора надежности в оценке системного эффекта при управлении развитием современных ЭЭС». Профессор, ведущий научный сотрудник.*

*Лебедева Людмила Михайловна окончила математический факультет Иркутского государственного университета в 1975 г. В 1998 г. защитила кандидатскую диссертацию «Методы и алгоритмы оптимизации расчетных режимов при оценке надежности сложных электроэнергетических систем». Доцент, старший научный сотрудник.*

*Пержабинский Сергей Михайлович окончил Институт математики, экономики и информатики ИрГТУ в 2007 г. Инженер.*

Таблица 3

| Метод<br>внутренних точек                     | Результаты расчетов тестовой схемы ЭЭС<br>по заданным режимам |                  |                   |         |
|---|---|------------------|-------------------|---------|
|   | Точность  | Число итераций   |                   |         |
|   |   | минималь-<br>ное | максималь-<br>ное | среднее |
| Использующий<br>квадратичные<br>аппроксимации | $\epsilon_1 = 0,05,$<br>$\epsilon_2 = 0,05$                   | 14               | 49                | 19,62   |
| Базирующийся на<br>линеаризации               | $\epsilon_1 = 0,05,$<br>$\epsilon_2 = 0,05$                   | 14               | 83                | 24,22   |

Таблица 4

| Метод<br>внутренних точек                     | Результаты расчетов тестовой схемы ЭЭС<br>по заданным режимам |                  |                   |         |
|---|---|------------------|-------------------|---------|
|   | Точность  | Число итераций   |                   |         |
|   |   | минималь-<br>ное | максималь-<br>ное | среднее |
| Использующий<br>квадратичные<br>аппроксимации | $\epsilon_1 = 0,01,$<br>$\epsilon_2 = 0,01$                   | 16               | 74                | 23,2    |
| Базирующийся на<br>линеаризации               | $\epsilon_1 = 0,01,$<br>$\epsilon_2 = 0,01$                   | 16               | 147               | 40,22   |

Результаты расчета показали, что при методе внутренних точек, использующем квадратичные аппроксимации, для решения требуется в среднем в 1,2–2 раза меньшее число итераций, чем при методе, базирующемся на линеаризации. Причем с уменьшением значений  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  различие в скорости вычислений увеличилось. Сопоставление работы двух алгоритмов по числу итераций справедливо, поскольку на каждую итерацию в сравниваемых методах приходится примерно один и тот же объем вычислений и основные затраты времени связаны с необходимостью решать систему с симметричной положительно-определенной матрицей.

**Выводы.** 1. Для модели оценки дефицита мощности ЭЭС с потерями мощности в ЛЭП предложен способ представления модели в виде задачи выпуклого программирования путем замены балансовых ограничений-равенств на ограничения, записанные в форме неравенств.

2. Результаты экспериментальных исследований подтвердили работоспособность метода внутренних точек с использованием квадратичных аппроксимаций и показали его пригодность для решения задачи нахождения минимального суммарного дефицита мощности с учетом ее квадратичных потерь в сетях. Значимость применения данного алгоритма для решения задачи (1), (3), (4), (7), (8) состоит в том, что благодаря учету активных ограничений задачи и эффективной минимизации погрешностей

линеаризации увеличивается скорость работы алгоритма по сравнению с исходным методом, основанном на линеаризации.

3. Для решения задачи поиска минимального суммарного дефицита мощности требуется найти значения  $2n + m$  переменных. В предлагаемом методе на каждой итерации решается система линейных уравнений с симметричной положительно-определенной матрицей размером  $m' \times m$ . Тем самым находят значения  $m$  переменных, через которые выражаются остальные. Такой подход позволяет сократить время вычислений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко Ю.Н., Чельцов М.Б. Надежность и резервирование в электроэнергетических системах. — Новосибирск: Наука, 1974.
2. Ковалев Г.Ф., Лебедева Л.М. Модель оценки надежности электроэнергетических систем при долгосрочном планировании их работы. — Электричество, 2000, № 11.
3. Ковалев Г.Ф., Лебедева Л.М. Комплекс моделей оптимизации режимов расчетных состояний при оценке надежности электроэнергетических систем. Препринт. — Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2000.
4. Дикин И.И., Зоркальцев В.И. Итеративное решение задач для математического программирования (алгоритмы метода внутренних точек). — Новосибирск: Наука, 1980.
5. Зоркальцев В.И., Ковалев Г.Ф., Лебедева Л.М. Модели оценки дефицита мощности электроэнергетических систем. Препринт. — Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2000.
6. Пшеничный Б.Н. Метод линеаризации. — М.: Наука, 1983.
7. Пержабинский С.М. Алгоритм внутренних точек, использующий квадратичные аппроксимации. — Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — Иркутск: ИрГУПС, 2008, №3(19).

*А в т о р ы :* **Зоркальцев Валерий Иванович** окончил экономический факультет Новосибирского государственного университета в 1972 г. В 1988 г. защитил докторскую диссертацию «Методы прогнозирования и анализа эффективности функционирования системы топливоснабжения». Профессор, зав. лабораторией.

**Ковалев Геннадий Федорович** окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института в 1960 г. В 1998 г. защитил докторскую диссертацию «Учет комплексного фактора надежности в оценке системного эффекта при управлении развитием современных ЭЭС». Профессор, ведущий научный сотрудник.

**Лебедева Людмила Михайловна** окончила математический факультет Иркутского государственного университета в 1975 г. В 1998 г. защитила кандидатскую диссертацию «Методы и алгоритмы оптимизации расчетных режимов при оценке надежности сложных электроэнергетических систем». Доцент, старший научный сотрудник.

**Пержабинский Сергей Михайлович** окончил Институт математики, экономики и информатики ИрГТУ в 2007 г. Инженер.