

УДК 621.9

## РЕАЛИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ В СТАНКАХ С ЧПУ

Ерохин В.В.

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия

В статье рассматриваются задачи управления производственным процессом (технологическим процессом и технологическим оборудованием), наиболее подробно анализируется реализация геометрической задачи в станках с ЧПУ. Анализируется влияние решения геометрической задачи ЧПУ на точность обработки заготовки посредством реализации определенного алгоритма интерполяции и значений дискретности перемещений рабочих органов станка с ЧПУ. Приведена методика формирования заданной траектории движения исполнительного органа станка, посредством которого требуется обеспечить согласованное движение формообразующих координат по определенному закону в зависимости от заданной траектории режущей кромки инструмента. Рассмотрены достоинства и недостатки реализации интерполяции в системах ЧПУ различными методами, особое внимание уделено комбинированным методам реализации интерполяции.

**Ключевые слова:** числовое программное управление, качество обработки, интерполяция, технологическое оборудование.

**DOI:** 10.22281/2413-9920-2017-03-02-135-141

Данная статья является продолжением и дополнением научной статьи [1].

Погрешность формообразования реальной детали не должна превышать допустимого предела, определяемого конструкторско-технологической документацией. Погрешности складываются из составляющих, вносимых [2, 3]:

1) системой управления – погрешность подготовительных расчетов и расчетов в интерполяционном цикле, накопленная погрешность интерполяции, погрешность, образованная информационными потерями при переходе к очередному кадру;

2) системой измерения – внутришаговая и накопленная погрешности измерительных преобразователей обратной связи по положению;

3) приводом – погрешность дрейф-характеристик, динамическая, скоростная и нагрузочная погрешности, погрешности шариковых винтовых механизмов;

4) несущей системой – геометрическая погрешность, погрешности упругих перемещений и температурных деформаций;

5) инструментом – погрешность настройки и погрешность, обусловленная изнашиванием;

б) деталью – геометрическая погрешность, погрешность установки и температурного деформирования.

Точность станков с ЧПУ дополнительно характеризуют следующие специфические состояния устройств управления:

- точность линейного позиционирования рабочих органов;

- точность размера зоны нечувствительности, т.е. отставание в смещении рабочих органов при смене направления движения;

- точность возврата рабочих органов в заданную точку;

- точность обработки в режиме круговой интерполяции;

- стабильность положения инструментов после автоматической смены.

Нормативы точности линейного позиционирования рабочих органов станков с ЧПУ приведены в табл. 1 [4, 5].

При техническом контроле станков с ЧПУ выявляют как точность, так и стабильность, т.е. многократную повторяемость прихода рабочих органов в одно и то же положение, причем стабильность более значима для достижения точности обработки, чем сама точность. В табл. 2 приведены предельные значения нестабильности при линейном позиционировании [4, 5].

Общая ошибка при позиционировании рабочих органов станка  $\Delta_p = \Delta + \delta$ .

Наибольшая погрешность при отработке перемещения, например, на длине 300 мм по осям X и Y для станка класса точности П составит 17,2 мкм, а для станка класса В – 8,6 мкм.

Погрешности, доступные управлению, должны быть минимизированы, а погрешности, недоступные управлению, по возможности должны быть скомпенсированы.

Таблица 1

Накопительная погрешность  $\Delta$  при одностороннем подходе к заданной координате, мкм

Класс точности станка	Перемещение на длине, мм															
	До 50		Св. 50 до 80		Св. 80 до 125		Св. 125 до 200		Св. 200 до 320		Св. 320 до 500		Св. 500 до 800		Св. 800 до 1250	
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
Н	8	12	10	10	12	20	16	25	20	30	25	40	40	50	40	65
П	4	6	5	8	6	10	8	12	10	16	12	20	16	26	20	30
В	2	3	2,5	4	3	5	4	6	5	8	6	10	8	12	10	16

Примечание. Классы точности станков: Н – нормальная точность, П – повышенная точность, В – высокая точность. Погрешность *a* относится к осям X, Y, W, R, погрешность *b* – к оси Z.

Таблица 2

Нестабильность  $\delta$  достижения заданного положения при позиционировании, мкм

Класс точности станка	Перемещение на длине, мм									
	До 50		Св. 50 до 125		Св. 125 до 320		Св. 320 до 800		Св. 800 до 2000	
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
Н	9,6	15,0	12,0	18,0	15,0	24,0	24,0	36,0	36,0	60,0
П	4,8	7,2	6,0	9,6	7,2	12,0	12,0	18,0	18,0	30,0
В	2,4	3,6	3,0	3,8	3,6	6,0	6,0	9,6	9,6	15,0

Примечание. Отклонения *a* относится к осям X, Y, W, R, отклонения *b* – к оси Z.

При расчете эквидистанты, а также при безэквидистантном программировании (операторы G42, G41) переход от координат  $x_0, y_0$  основного контура к координатам  $x_э, y_э$  эквидистантного контура (рис. 1) осуществляется по формулам

$$x_э = x_0 \pm r_ф \frac{k}{\sqrt{1+k^2}}; \quad y_э = y_0 \pm r_ф \frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$$

или

$$x_э = x_0 \pm r_ф \sin\alpha; \quad y_э = y_0 \pm r_ф \cos\alpha,$$

где  $k = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha$ ;  $r_ф$  – радиус фрезы;  $\alpha$  – угол наклона касательной в точке  $x_0, y_0$ .

Если в алгоритмы интерполяции и алгоритмы управления приводами подачи входят составляющие вектора контурной скорости, то они определяются:

- для линейных контуров

$$V_x = \frac{V\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}; \quad V_y = \frac{V\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}},$$

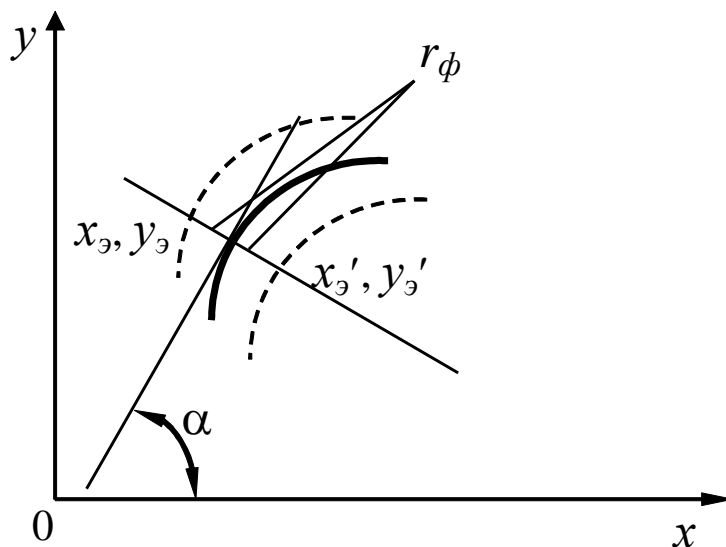


Рис. 1. Переход от координат основного контура к координатам эквидистантного контура

- для круговых контуров

$$V_x = \frac{Vx_i}{\sqrt{x_u^2 + y_u^2}}; \quad V_y = \frac{Vy_i}{\sqrt{x_u^2 + y_u^2}},$$

где  $V$ ,  $V_x$ ,  $V_y$  – соответственно контурная скорость подачи и ее составляющие;  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  – кадровые перемещения по осям  $X$ ,  $Y$ ;  $x_i$ ,  $y_i$  – координаты текущей точки дуги окружности относительно ее центра;  $x_u$ ,  $y_u$  – координаты центра дуги относительно ее начальной точки.

Для формирования заданной траектории движения исполнительного органа необходимо обеспечить согласованное движение формообразующих координат по определенному закону в зависимости от заданной траектории, т.е. должна быть решена система уравнений [5, 6]:

$$\begin{cases} F_1(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0; \\ F_2(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0; \\ \dots \\ F_{n-1}(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0; \\ F_n(\dot{X}_1, \dot{X}_2, \dots, \dot{X}_n) = V(t), \end{cases} \quad (1)$$

где  $F_n$  – функция, определяющая модуль контурной скорости (например, для ортогональных декартовых координат это квадратный корень из суммы квадратов временных производных по координатам);  $V(t)$  – функция, описывающая закон изменения контурной скорости во времени  $t$ .

Уравнения (1) и (2), составляющие задачу интерполяции, могут быть решены различными способами.

Уравнения (1) могут быть записаны в явном и неявном виде, параметрической и дифференциальной форме и т.п. Для каждой формы записи могут быть применены различные способы решения, начиная от непосредственного функционального расчета и кончая разнообразными численными методами. Уравнения могут быть решены по начальным опорным точкам за один или несколько циклов расчета, когда точки, рассчитанные на предыдущем этапе, используются как опорные (многоэтапная интерполяция).

Совокупность формы описания системы уравнений (1) и соответствующего способа совместного решения систем (1) и (2) называется методом интерполяции.

Существуют следующие методы реализации интерполяции [5]:

- оценочная функция (ОФ);

- цифра за цифрой;  
- цифровые дифференциальные анализаторы (ЦДА);  
- прогноз и коррекция;  
- таблично-аналитический (или таблично-алгоритмический).

При использовании методов ЦДА система (1) записывается как система уравнений в частных производных, которая численно интегрируется различными способами. При использовании метода ОФ решение системы (1), заданной уравнениями в неявной форме, представляет собой процесс решения оптимизационной задачи, минимизирующей левые части системы уравнений (1). Наряду с этими двумя методами имеется третий метод с утвердившимся названием – таблично-алгоритмический метод, при котором решения системы уравнений (1) табулируются в опорных точках, а промежуточные точки определяются по одному из известных методов интерполяции. Остальные методы, как правило, еще не получили утвердившихся названий, принятых в отечественной литературе, а для зарубежных работ характерны различные названия даже для одних и тех же методов интерполяции. Для решения конкретных задач формообразования разрабатываются методы, основанные на комбинации различных традиционных способов, которые называются комбинированными методами интерполяции.

Вид интерполяции определяется формой траектории, которая образуется при управлении по двум или трем ортогональным осям поступательного движения в соответствии с системой уравнений (1). Наиболее распространены линейная и круговая интерполяции, так как контуры большинства деталей ограничены отрезками прямых и дуг окружностей, реже применяются винтовая и параболическая интерполяции.

Основными достоинствами метода ОФ являются:

1) отсутствие накопления погрешности, результатом чего является целочисленность расчетов, т.е. отсутствие в них дробных значений дискрет;

2) значения погрешности интерполяции, не превышающая значения величины единицы дискреты расчета;

3) простота проектирования алгоритма интерполяции.

Недостатком метода шаговой ОФ является то, что в своем основном виде этот метод приводит к колебаниям контурной скорости в  $\sqrt{2}$  раз для плоской и  $\sqrt{3}$  раз для пространственной обработки. Для поддержания контурной скорости необходимо использовать более сложные алгоритмы.

Методы «цифра за цифрой» позволяют успешно решать большинство задач управления формообразованием как традиционных (воспроизведение траектории, построение эквидистанты, управление контурной скоростью) так и специальных (работа в локальной системе координат, разворот инструмента по нормали и т.п.). Однако сравнительно невысокое быстродействие этих методов не позволяет решать указанные задачи только с их помощью. Наиболее успешно эти методы могут быть использованы в комбинации с другими методами расчета.

Недостатком методов ЦДА является невозможность получения больших скоростей перемещений из-за ограничений на частоту прерываний. Применение ЦДА для воспроизведения сложных кривых ограничивается сложностью вычислений производных и извлечения квадратного корня, а также сложностью построения эквидистанты к произвольным кривым второго порядка, так как для всех кривых кроме окружности и эвольвенты эквидистанта не является кривой того же порядка (например, эквидистанта эллипса представляет собой дробнорациональную кривую, эквивалентную кривой восьмого порядка и, естественно, не может интерполироваться в реальном масштабе времени аппаратными средствами большинством ЧПУ). Применение метода ЦДА оправдано, если в системе ЧПУ имеются функции подачи на оборот, разгона и торможения.

Комбинирование традиционных методов реализации интерполяции позволило соединить достоинства и недостатки традиционных методов интерполяции, проявляющиеся в определенных системах ЧПУ и при определенных требованиях к процессу управления по точности, быстродействию, гибкости алгоритмов и другим параметрам.

Комбинирование традиционных методов интерполяции осуществляется по самым

разнообразным схемам, но в порядке усложнения можно выделить три основные схемы:

- при вычислительных операциях;
- на уровне структуры интерполятора;
- при интеграции задач в интерполяторе.

Комбинирование методов на уровне структуры интерполятора более значительно увеличивает точность и быстродействие алгоритмов реализации интерполяции. Обеспечение определенного уровня универсальности достигается структурным комбинированием методов, встречающейся при многоэтапной интерполяции. Обычно используются две разновидности двухэтажной интерполяции:

- 1) интерполяция с коррекцией;
- 2) интерполяция с микроинтерполяцией.

Общим для этих методов является нахождение интерполируемой точки, удовлетворяющей решению системы уравнений (1) и (2) в два этапа, причем определенная в результате первого этапа точка не удовлетворяет системе, а на втором этапе по результатам первого определяется точное решение.

Различие методов состоит в том, что при первой разновидности интерполяции простым и нетрудоемким способом на первом этапе находится точка, удовлетворяющая уравнению (2) и являющаяся приближенным решением траекторного уравнения, а на втором корректируются ее координаты. При второй разновидности интерполяции на первом этапе с высокой точностью рассчитывается точка на интерполируемой траектории, причем условие (2) обычно не соблюдается, а для его выполнения на втором этапе осуществляется интерполяция по несложному закону между двумя точками на траектории.

Часто первый этап называют грубой интерполяцией, а второй – точной. Однако эти термины имеют неодинаковый смысл для указанных разновидностей. Для первой разновидности под грубой интерполяцией подразумевается приближенный расчет (загрубление метода интерполяции), а для второй разновидности термин связан с укрупненным (грубым) шагом интерполяции.

Целью применения обоих вариантов двухэтапной интерполяции является уменьшение трудоемкости интерполяционных расчетов при соблюдении требуемой точности. Для первого варианта интерполяции это

достигается путем упрощения алгоритма грубой интерполяции и работы с малыми приращениями алгоритма точной интерполяции. Точность обеспечивается алгоритмом коррекции.

Для второго варианта интерполяции ускорение расчетов обеспечивается постоянным шагом алгоритма грубой интерполяции, позволяющим перейти к рекуррентным расчетам и заменить сдвигом операции умножения и деления, и простым алгоритмом точной интерполяции. Точность обеспечивается выбором требуемого шага грубой интерполяции.

Если в формообразовании участвуют оси вращательного движения, тогда при интерполяции в системе осевых координат наблюдается лишь косвенная связь между видом интерполяции и формой траектории (при линейной интерполяции по двум осям в цилиндрической системе координат результирующей кривой является архимедова спираль). При интерполяции большого числа координат, часть из которых являются угловыми (при многокоординатной обработке или управлении промышленным роботом с большим числом степеней подвижности), часто используют параметрическое представление системы уравнений (1), причем под видом интерполяции понимают вид зависимости координатных перемещений от параметров. При решении задач такого рода встречается термин «сплайн-интерполяция», указывающий не на вид интерполяции, который может широко варьироваться, а на характер сопряжения отдельных участков траекторий, аппроксимирующей требуемый закон движения.

Для рассмотрения методов интерполяции необходимо отметить характерные для принципов управления различия, которые не зависят от метода и вида интерполяции.

Методы интерполяции делятся на две большие группы в зависимости от применяемого принципа управления [4-6]:

1. Управление с помощью изменения масштаба времени при постоянном управляющем воздействии (шаговый или импульсный метод управления);

2. Управление с помощью изменения управляющего воздействия при неизменной частоте управления (кодовый метод управ-

ления). В первых системах ЧПУ, имевших интерполяторы, применялись шаговые методы интерполяции из-за простоты их аппаратной реализации. С выхода интерполятора программная информация распределялась по управляемым координатам в унитарном коде, т.е. приводы получали задание в виде последовательности импульсов. Такой вид задания естественен для шаговых приводов и следящих приводов с аппаратно-замкнутой обратной связью по положению. Первые программно-реализуемые интерполяторы были ориентированы на приводы тех же типов, поэтому исторически разработка шаговых методов интерполяции предшествовала разработке кодовых.

При шаговом методе управления информация на привод подается по двум каналам: «движение в + (плюс)» и «движение в – (минус)». Частота следования задающих импульсов определяет скорость перемещения, а интеграл от частоты, т.е. сумма импульсов, – положение по данной координате. Каждый импульс производит передвижение на одну основную единицу длины (дискрету). Размеры в системах ЧПУ выражаются целым числом дискрет, величины типичных дискрет равны 1 или 10 мкм.

При кодовом методе управления информация на привод подается по одному каналу, чаще всего в виде аналогового сигнала, причем знак задания определяет направление, величина задания – скорость, интеграл от задания – положение.

Наряду с термином «принцип управления» используется термин «принцип интерполяции», под которым понимается тип выходной величины интерполятора – перемещение, скорость или ускорение. Однако необходимость формирования указанных величин определяется структурой исполнительного привода, поэтому принцип интерполяции имеет значение лишь при наличии соответствующего программного контура регулирования.

Применение комбинированных методов реализации интерполяции, т.е. геометрической задачи, на уровне вычислений позволило увеличить точность и быстродействие методов интерполяции, а комбинирование на структурном уровне позволило обеспечить гибкость программного обеспечения. При-

менение комбинированных методов при интеграции задач в интерполяторе не ограничивается только этим. Оно обуславливается стремлением наиболее успешно решить в рамках интерполяционных структур задачи, тесно связанные с интерполяцией.

#### Список литературы

1. Ерохин, В.В. Выбор методов реализации геометрической задачи управления устройствами ЧПУ в технологическом оборудовании / В.В. Ерохин // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. – 2017. – №1. – С. 18-25.
2. Белов, М.П. Инжиниринг электроприводов и систем автоматизации / М.П. Белов, О.И. Зементов, А.Е. Козярук. – М.: Академия, 2006. – 368 с.
3. Ерохин, В.В. Системы автоматизированного управления производственным процессом / В.В. Ерохин, М.П. Топорков. – Брянск: БГТУ, 2004. – 99 с.
4. Ерохин, В.В. Системы управления производственным процессом / В.В. Ерохин, М.П. Топорков, Т.А. Моргаленко. – Брянск: БГТУ, 2009. – 158 с.
5. Ерохин, В.В. Автоматизированные системы проектирования и управления технологическим процессом / В.В. Ерохин, Е.А. Памфилов. – Брянск: БГИТА, 2011. – 368 с.
6. Сосонкин, В.Л. Систем числового программного управления / В.Л. Сосонкин, Г.М. Мартинов. – М.: Логос, 2005. – 296 с.

#### Сведения об авторе

Ерохин Виктор Викторович - доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Автоматизированные информационные системы и технологии» ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», [erohinvv@mail.ru](mailto:erohinvv@mail.ru).

## IMPLEMENTATION OF THE GEOMETRICAL PROBLEM IN CNC METAL CUTTING MACHINE

Erokhin V.V.

Academician I.G. Petrovskii Bryansk State University, Bryansk, Russian Federation

The article deals with the tasks of managing the production process (technological process and technological equipment), the most detailed analysis of the implementation of the geometric problem in CNC machines. The influence of the solution of the geometric CNC problem on the accuracy of workpiece machining is analyzed by implementing a certain interpolation algorithm and the values of the discreteness of the movements of the working bodies of the CNC machine. The technique of forming a given trajectory of motion of the machine's executive organ is given, by means of which it is required to ensure the coordinated movement of the shaping coordinates according to a certain law, depending on the specified trajectory of the cutting edge of the tool. The advantages and disadvantages of the implementation of interpolation in CNC systems by various methods are considered, and particular attention is paid to combined methods of realizing interpolation.

**Keywords:** CNC, machining quality, interpolation, process equipment.

**DOI:** 10.22281/2413-9920-2017-03-02-135-141

#### References

1. Erokhin V.V. Select method of implementing the control device of geometrical problems in the process equipment CNC. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2017, No.1, pp. 18-25. (In Russian)
2. Belov M.P., Zementov O.I., Kozyaruk A.E. *Inzhiniring elektroprivodov i sistem avtomatizatsii* [Engineering of electric drives and automation systems]. Moscow, Akademiya, 2006. 368 p. (In Russian)
3. Erokhin V.V., Toporkov M.P. *Sistemy avtomatizirovannogo upravleniya proiz-*

*vodstvennym processom* [Automated control systems of production processes]. Bryansk, BSTU, 2004. 99 p. (In Russian)

4. Erokhin V.V., Toporkov M.P., Morgalenko T.A. *Sistemy upravleniya proizvodstvennym processom* [Control systems production process]. Bryansk, BSTU, 2009. 158 p. (In Russian)

5. Erokhin V.V., Pamfilov E.A. *Avtomatizirovannye sistemy proektirovaniya i upravleniya tekhnologicheskim processom* [The automated systems of design and control of technological

process]. Bryansk, BGITA, 2011. 368 p. (In Russian)

6. Sosonkin V.L., Martinov G.M. *Sistemy chislovogo programmnoy upravleniya* [Systems CNC]. Moscow, Logos, 2005. 296 p. (In Russian)

#### **Author' information**

Viktor V. Erokhin - Doctor of Technical Sciences, Professor at Academician I.G. Petrovskii Bryansk State University, *erohinvv@mail.ru*.

Дата публикации  
(Date of publication):  
25.06.2017

