

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С ОЖИДАНИЕМ И ДИНАМИЧЕСКИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ КАНАЛЬНОГО РЕСУРСА ПРИ ГРУППОВОМ ПОСТУПЛЕНИИ ЗАПРОСОВ НА ПЕРЕДАЧУ ДАННЫХ

Васильев Александр Протальонович,

аспирант кафедры сетей связи и систем коммутации Московского технического университета связи и информатики, г. Москва, Россия, arvasil@yandex.ru

Степанов Сергей Николаевич,

д.т.н., профессор кафедры сетей связи и систем коммутации Московского технического университета связи и информатики, г. Москва, Россия, stpnvsrg@gmail.com

АННОТАЦИЯ

Разработана математическая модель с ожиданием и динамическим распределением канального ресурса при групповом поступлении запросов на передачу данных. Подобные принципы использования ресурса при передаче информации применяются в стандарте LTE (Long Term Evolution). В LTE он реализуется за счет диспетчеризации трафика в восходящем и нисходящем каналах. В математической модели учтены следующие особенности поступления и обслуживания запросов на передачу данных. Запросы на передачу данных поступают группами в соответствии с пуассоновской моделью. Число запросов в группе меняется от единицы до анализируемого в модели числа единиц ресурса и задается вероятностью, сумма которых равна единице. В модели имеется буфер. Объем передаваемого файла имеет экспоненциальное распределение со средним значением, выраженным в битах. В каждый момент времени для обслуживания всех имеющихся запросов на передачу данных используется весь имеющийся ресурс передачи информации. Число единиц ресурса занятых на обслуживании одного запроса зависит от общего числа запросов и распределяется в соответствии с положениями дисциплины Processor Sharing. Качество передачи файла оценивается долей потерянных запросов, средним временем передачи файла и средним числом запросов находящихся в системе на обслуживании. Перечисленные характеристики определяются через значения стационарных вероятностей числа запросов, находящихся на обслуживании. Для их оценки составлена система уравнений равновесия и разработан рекуррентный алгоритм ее решения. Среднее время передачи файла вычисляется с использованием формулы Литтла через значение среднего числа запросов, находящихся на обслуживании. Полученный алгоритм позволяет находить характеристики для любых значений входных параметров. Приведены численные результаты, иллюстрирующие зависимость характеристик от величины дисперсии разброса числа заявок в группе. Предложен алгоритм оценки требуемой пропускной способности канала, который может быть использован для оценки минимального ресурса передачи, необходимый для обслуживания известного объема трафика данных с заданным качеством, и оценки максимального объема трафика, который может быть передан имеющимся ресурсом с требуемыми показателями.

Ключевые слова: LTE; динамическое распределение; групповое поступление запросов; импульсный характер поступления данных; буфер.

Для цитирования: *Васильев А. П., Степанов С. Н.* Построение и анализ математической модели с ожиданием и динамическим распределением канального ресурса при групповом поступлении запросов на передачу данных // Научные технологии в космических исследованиях Земли. 2017. Т. 9. № 4. С. 6–12.

Введение

Развитие и появление новых технологий передачи данных в сетях сотовой связи, а также разработка новых телекоммуникационных приложений приводит к необходимости более эффективного использования имеющегося канального ресурса. Стоит отметить, что канальный ресурс в сетях подвижной сотовой связи является ограниченным, поэтому для повышения скорости передачи информации необходимо разрабатывать модели с динамическим распределением ресурса. В сетях связи данные всегда буферизируются, так как допускаются задержки в передаче информации. Данный принцип используется в сетях LTE, буферизация пакетов данных осуществляется в нисходящем направлении. Для пользовательского оборудования UE (User Equipment), находящегося в режиме ожидания, буферизацию выполняет обслуживающий шлюз S-GW (Serving Gateway), рис. 1. Буферное хранение передаваемых потоков информации позволит улучшить характеристики качества обслуживания такие как, доля потерянных запросов на передачу данных, получаемая пропускная способность канала, среднее время обслуживания запроса на передачу файла. Математическая модель с динамическим распределением канального ресурса при групповом поступлении запросов на передачу данных рассматривалась в [1]. В данной работе эти результаты обобщены на случай наличия буфера.

Распределение ресурса передачи

Сформулируем предположения, необходимые для построения математической модели. Пусть C — скорость линии, выраженная в битах в секунду, r — скорость передачи информации, обеспечиваемая одной канальной единицей. Будем полагать, что значение C — делится нацело на r , и обозначим через $v = \frac{C}{r}$ скорость линии, выраженную в единицах канального ресурса. Этот ресурс используется потоком запросов на передачу данных со скоростью, изменяемой в соответствии с загрузкой линии. В модели

имеется v каналов, которые обслуживают поступающий пуассоновский поток отдельных групп запросов на передачу данных интенсивности λ . Обозначим через F — средний объем передаваемого файла, выраженный в битах. Число места для ожидания ограничено емкостью буфера и равно w . Обозначим через T максимально допустимое время пребывания одного запроса на ожидании при передаче данных. Если после прошествии этого времени запрос не попал на обслуживание, то он покидает систему и считается потерянным. Будем предполагать, что величина T имеет экспоненциальное распределение с параметром σ [2].

Таким образом, в модели имеется v каналов, которые обслуживают поступающий пуассоновский поток отдельных групп запросов на передачу данных интенсивности λ . С вероятностью f_k поступившая группа содержит k запросов на передачу файлов, $k = 1, 2, \dots, s$. Для удобства записи последующих формул будем считать, что $s = v + w$, тогда индекс k для f_k меняется от 1 до $v + w$. В силу сделанных предположений, поступившая группа запросов не бывает пустой, общее число запросов в группе не превосходит $v+w$, и выполняется соотношение $\sum_{k=1}^{v+w} f_k = 1$. Обозначим через b_m среднее число файлов, находящихся в одной группе. Значение b_m находится из выражения:

$$b_m = \sum_{k=1}^{v+w} f_k k. \tag{1}$$

Математическое описание модели

Обозначим через $S = ((i), i = 0, 1, \dots, v+w)$ пространство состояний исследуемой модели. Их изменение с течением времени описывается случайным процессом $r(t) = i(t)$, где $i(t)$ — число запросов на передачу файлов находящихся на обслуживании и ожидании в момент времени t . Графическая иллюстрация переходов $r(t)$ из состояния (i) показана на рис. 2.

Поскольку все случайные величины, используемые при построение модели имеют экспоненциальное распре-

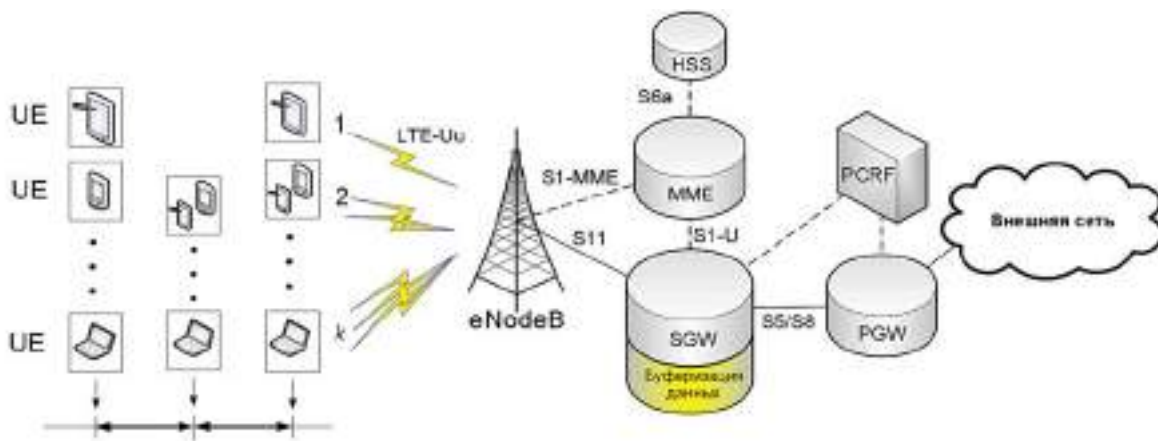


Рис. 1. Использование принципов буферизации и групповое поступление запросов в сети LTE

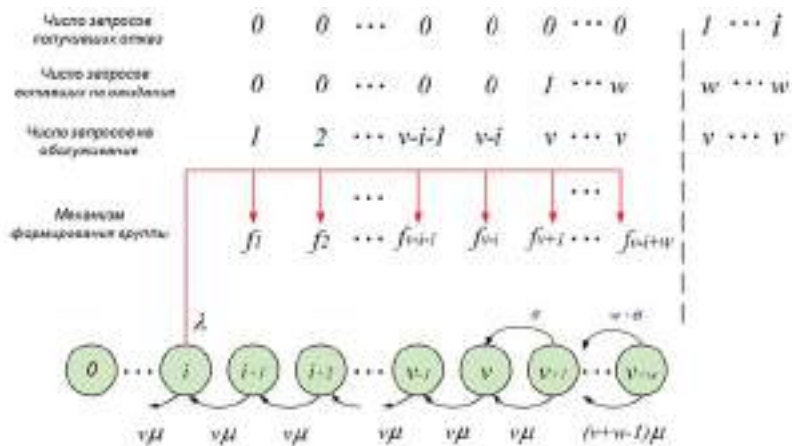


Рис. 2. Диаграмма переходов для случайного процесса $r(t)$

деление и не зависят друг от друга, то случайный процесс, описывающий функционирование модели обладает марковским свойством. Пусть $p(i)$ — стационарная вероятности состояния (i) . Она интерпретируется как доля времени пребывания системы в состоянии с i запросами находящимися в состоянии обслуживания или ожидания передачи. Приведенная интерпретация позволяет определить, а затем и рассчитать основные показатели качества совместного обслуживания поступающих запросов. Поскольку число состояний конечно и из каждого можно попасть в любое другое за конечное число шагов, то для процесса $r(t)$ существует стационарный режим.

Будем предполагать, что объем передаваемого файла имеет экспоненциальное распределение со средним значением F , выраженным в битах. При использовании дисциплины PS (Processor Sharing) скорость линии делится по возможности поровну с учетом имеющейся канальной структуры. Обозначим через d -число запросов на передачу данных, находящихся на обслуживании. Пусть $x = \frac{v}{d}$ представляет из себя целую часть от деления v на d . В этом случае для обслуживания d запросов используется $v - xd$ макроканалов, каждый из которых имеет $x+1$ канальную единицу и $d(x+1)-v$ макроканалов имеющих x канальных единиц. Понятно, что все v канальных единиц заняты на обслуживание принятых d запросов на передачу файлов. Время обслуживания одного запроса с использованием одной канальной единицы имеет экспоненциальное распределение с параметром $\mu = \frac{r}{F}$. Таким образом, максимальное среднее время нахождения запроса на обслуживание равно $\frac{F}{r}$. Нетрудно проверить, что при принятой используемой процедуре распределения ресурса время до освобождения одного из i принятых запросов на передачу файлов имеет экспоненциальное распределение с параметром $v\mu$ [3].

Качество обслуживания поступающего запроса на передачу файла оценим средним временем передачи файла,

которое включает в себя время ожидания начала обслуживания. Значение этой характеристики определим с помощью формулы Литтла после вычисления среднего числа запросов, находящихся в системе.

Характеристики качества обслуживания

Доля потерянных запросов на передачу данных π_c представляет из себя отношение интенсивности потерянных запросов \wedge_b к интенсивности поступивших запросов \wedge и находится из равенства $\pi_c = \frac{\wedge_b}{\wedge}$. Интенсивность поступивших запросов \wedge определяется из соотношения $\wedge = \lambda b_m$. Найдем выражением для \wedge_b . Эту характеристику можно представить в виде $\wedge_b = \wedge_{b,1} + \wedge_{b,2}$, где $\wedge_{b,1}$ — интенсивность запросов, потерянных из-за нехватки свободных каналов и мест в буфере, а $\wedge_{b,2}$ — интенсивность потока запросов, потерянных из-за ограничения времени пребывания в буфере.

Найдем выражение для $\wedge_{b,1}$. Рассмотрим произвольное состояние i . Поступление группы, содержащей $v + w - i + 1$, $v + w - i + 2$, $v + w$ заявок, приведет к потере соответственно 1, 2, ..., i заявок. Среднее число запросов на передачу данных, потерянных в состоянии (i) , определяется как $f_{v+w-i+1} \cdot 1 + f_{v+w-i+2} \cdot 2 + \dots + f_{v+w} \cdot i$, и равно $\sum_{k=0}^{i-1} f_{v+w-k} (i-k)$.

Тогда выражение для $\wedge_{b,1}$ имеет вид:

$$\wedge_{b,1} = \lambda \sum_{i=1}^{v+w} p(i) \sum_{k=0}^{i-1} f_{v+w-k} (i-k). \quad (2)$$

Для оценки $\wedge_{b,2}$ получаем такое соотношение:

$$\wedge_{b,2} = \sigma \sum_{i=v}^{v+w} p(i) (i-v). \quad (3)$$

Итоговое выражение для \wedge_b выглядит следующим образом:

$$\wedge_b = \lambda \sum_{i=1}^{v+w} p(i) \sum_{k=0}^{i-1} f_{v+w-k} (i-k) + \sigma \sum_{i=v}^{v+w} p(i) (i-v). \quad (4)$$

Выражение для оценки π_c приобретает вид:

$$\pi_c = \frac{1}{\lambda b_m} (\lambda \sum_{i=1}^{v+w} p(i) \sum_{k=0}^{i-1} f_{v+w-k} (i-k) + \sigma \sum_{i=v}^{v+w} p(i) (i-v)). \quad (5)$$

Обозначим через $\beta = \lambda b_m F$ интенсивность предложенного трафика, выраженную в битах в секунду. Потенциальная нагрузка линии определяется безразмерным параметром $\rho = \frac{\beta}{C}$. Обозначим через W среднее время обработки запроса, которое включает в себя время ожидания в буфере и время на передачу файла. Обозначим через L среднее число запросов, находящихся в системе на обслуживании. Расчетное выражение для L имеет вид:

$$L = \sum_{i=0}^{v+w} p(i) i. \quad (6)$$

Среднее число запросов, находящихся на ожидании находится из равенства:

$$L_w = \sum_{i>v} p(i) (i-v). \quad (7)$$

Используя формулу Литтла и соотношение (2), находим выражение для оценки W :

$$W = \frac{L}{\lambda - \lambda_b} = \frac{L}{\lambda(1 - \pi_c)} = \frac{L}{\lambda b_m (1 - \pi_c)}. \quad (8)$$

Построим процедуру их оценки. Поскольку динамика изменения состояния числа передаваемых файлов описывается марковским случайным процессом, то введенные характеристики можно найти, если известны значения доли времени $p(i)$ пребывания модели в состоянии $s(i)$, $i = 0, 1, \dots, v+w$.

Формирование системы уравнений равновесия

Для вычисления значений $p(i)$ необходимо составить и решить систему уравнений статистического равновесия. При формировании системы уравнений равновесия необходимо просуммировать интенсивности наступления событий, которые выводят процесс $r(t)$ из произвольного состояния (i) , и приравнять к суммарной интенсивности перехода $r(t)$ в состояние (i) . Наличие интенсивностей переходов будет зависеть от числа запросов на передачу трафика данных, находящихся на обслуживании или ожидании в системе.

$$\begin{aligned} P(0) &= P(1)v\mu, \\ P(1)(\lambda + v\mu) &= P(0)\lambda f_1 + P(2)v\mu, \\ P(2)(\lambda + v\mu) &= P(0)\lambda f_2 + P(1)\lambda f_1 + P(3)v\mu, \\ P(i)(\lambda + v\mu) &= (P(0)f_i + P(1)f_{i-1} + \dots + P(i-1)f_1)\lambda + P(i+1)v\mu, \\ & i = 1, 2, \dots, v-1, \\ P(v)(\lambda + v\mu) &= (P(0)f_v + P(1)f_{v-1} + \dots + P(v-1)f_1)\lambda + \\ & + P(v+1)(v\mu + \sigma), \end{aligned} \quad (9)$$

$$P(v+1)(\lambda + v\mu + \sigma) = (P(0)f_{v+1} + P(1)f_v + \dots + P(v)f_1)\lambda + P(v+2)(v\mu + 2\sigma),$$

$$\begin{aligned} P(v+w-1)(\lambda + v\mu + (w-1)\sigma) &= \\ (P(0)f_{v+w-1} + P(1)f_{v+w-2} + \dots + P(v+w-2)f_1)\lambda + \\ + P(v+w)(v\mu + w\sigma), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(v+w)(v\mu + w\sigma) &= (P(0)f_{v+w} + \\ + P(1)(f_{v+w-1} + f_{v+w}) + \dots + \\ + P(v+w-1)(f_1 + f_2 + \dots + f_{v+w}))\lambda. \end{aligned}$$

Для значений $P(i)$ выполняется условие нормировки:

$$\sum_{i=0}^{v+w} P(i) = 1.$$

Просуммируем (9) по i от 0 до $j-1$. После приведения подобных слагаемых получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \lambda \sum_{i=0}^{j-1} P(i) + v\mu \sum_{i=0}^{j-1} P(i) + \sigma \sum_{i=v}^{j-1} P(i) (i-v) I(i > v) &= \\ = \lambda \sum_{i=1}^{j-1} \sum_{k=0}^{i-1} P(k) f_{i-k} + v\mu \sum_{i=0}^j P(i) + \\ + \sigma \sum_{i=v}^j P(i) (i-v) I(i > v) \end{aligned}$$

где $I(\cdot)$ — индикаторная функция, определяемая соотношением:

$$I(\cdot) = \begin{cases} 1, & \text{если выполнено условие,} \\ & \text{сформулированное в скобках,} \\ 0, & \text{если это условие не выполнено.} \end{cases}$$

После приведения подобных членов получаем, рекурсивную формулу, связывающую последовательные значения $P(j)$, $o = 1, 2, \dots, v+w$:

$$\begin{aligned} P(j) &= \frac{\lambda}{v\mu + (j-v) \cdot \sigma \cdot I(j > v)} \times \\ & \times \left(P(0) \sum_{i=j}^{v+w} f_i + P(1) \sum_{i=j-1}^{v+w} f_i + \dots + P(j-1) \sum_{i=1}^{v+w} f_i \right), \end{aligned} \quad (10)$$

Алгоритм вычисления $P(j)$ состоит из следующих шагов. Положим значение $P(0) = 1$.

Для значения j , меняющихся последовательно от 1 до $v+w$, находим ненормированные вероятности $P(j)$, используя рекурсию

$$\begin{aligned} P(j) &= \frac{\lambda}{v\mu + (j-v) \cdot \sigma \cdot I(j > v)} \times \\ & \times \left(P(0) \sum_{i=j}^{v+w} f_i + P(1) \sum_{i=j-1}^{v+w} f_i + \dots + P(j-1) \sum_{i=1}^{v+w} f_i \right), \end{aligned}$$

Определяем нормировочную константу

$$N = \sum_{j=0}^{v+w} P(j).$$

Вычисляем нормированные вероятности $p(j)$ используя соотношение

$$p(j) = \frac{P(j)}{N}, j = 0, 1, \dots, v + w.$$

Таким образом, для оценки стационарных вероятностей $p(j)$ достаточно реализовать рекурсию (10). Полученный алгоритм позволяет вычислить характеристики качества обслуживания передаваемых данных для любых значений выходных параметров модели.

Рассчитанные результаты должны удовлетворять закону сохранения, связывающему интенсивности потоков заявок, поступающих и обслуженных в анализируемой системе каналов. Это соотношение можно получить из формулы Литтла или в результате преобразования системы уравнений равновесия (9). Получаем такой результат:

$$\lambda b_m = \lambda b_m \cdot \pi_A + (1 - p(0)) \cdot v \cdot \mu \quad (11)$$

Равенство (11) показывает, что интенсивность потока заявок на входе системы каналов (левая часть соотношения (11)) равна интенсивности потока заявок на выходе (первое слагаемое правой части соотношения (11) — интенсивность заблокированных заявок, второе слагаемое — интенсивность обслуженных заявок).

Численные результаты

Рассчитаем, используя выражения (1)–(11), показатели качества обслуживания поступающих запросов на передачу файлов в зависимости от значения D дисперсии числа поступающих запросов при фиксированном среднем значении $b_m = 6$. Скорость канала передачи $C = 10$ Мбит/с, скорость передачи информации, обеспечиваемая одной канальной единицей $r = 1$ Мбит/с, интенсивность поступления запросов на передачу данных $\lambda = 0,5$ групп запросов в секунду, средний объем пересылаемого файла $F = 2$ Мбит. Размер буфера примем равным $w = 5$. Параметры группового поступления запросов зададим соотношениями, представленными в табл.

Таблица

Вероятности группового поступления запросов

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	F_8	f_9	f_{10}	D
1	0	0	0	0	0,4	0,4	0	0,2	0	0	1,2
2	0	0	0	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0	0	2
3	0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	6
4	0,1	0,1	0,1	0	0	0,1	0,2	0,2	0,2	0	7,8
5	0,1	0,2	0	0	0,1	0	0,2	0,1	0,2	0,1	9,8
6	0	0,4	0	0	0	0	0	0,4	0	0,2	11,2
7	0,2	0,2	0	0	0	0	0	0,2	0,2	0,2	14
8	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0,5	16

Полученные результаты представлены на рис. 3–9.



Рис. 3. Зависимость L_w от пропускной способности канала C при $D = 1,2$



Рис. 4. Зависимость W от пропускной способности канала C при $D = 1,2$

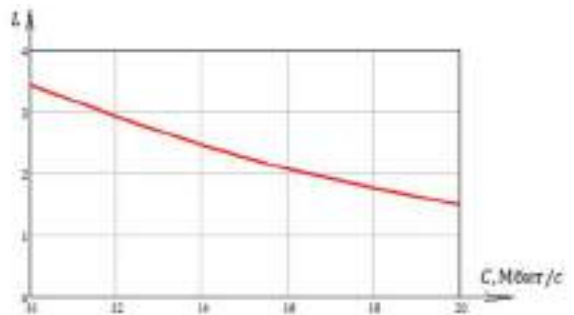


Рис. 5. Зависимость L от пропускной способности канала C при $D = 1,2$

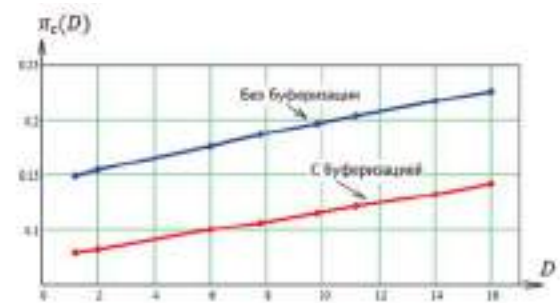


Рис. 6. Зависимость π_c от дисперсии числа поступающих запросов при фиксированном среднем значении выборки файлов

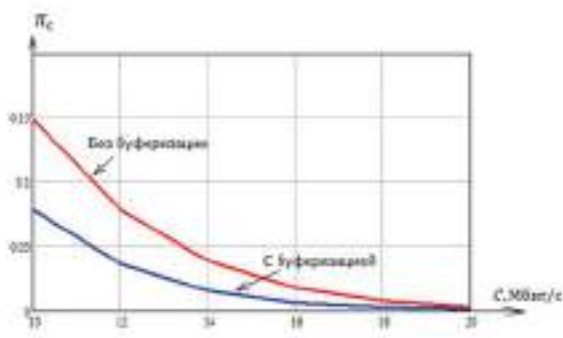


Рис. 7. Зависимость π_c от пропускной способности канала C

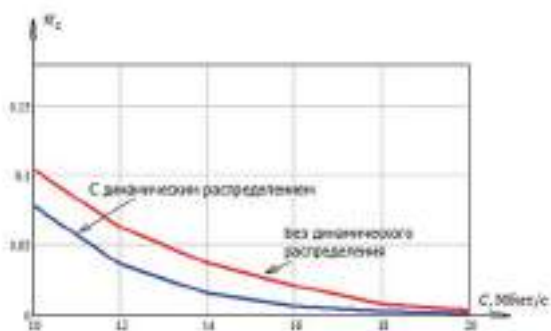


Рис. 8. Эффективность использования динамического распределения

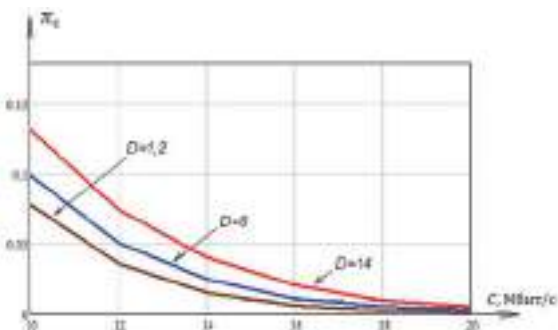


Рис. 9. Влияние дисперсии числа поступающих запросов

Полученные зависимости показывают эффективность использования буфера в моделях с динамическим распределением канального ресурса. Потери для модели с буферизацией данных вдвое меньше, рассчитанных ранее для модели без использования буфера [1–10]. В результате проведенного исследования можно выделить следующее:

Канальный ресурс эффективнее используется при динамическом распределении канального ресурса.

Дисперсия ухудшает показатели обслуживания входного потока, увеличивает потери, требует дополнительный ресурс (канальный ресурс, буфер).

При планировании, необходимо оценивать минимальный ресурс передачи, необходимый для обслуживания известного объема трафика данных с заданным качеством, и оценки мак-

симального объема трафика, который может быть передан имеющимся ресурсом с требуемыми показателями.

Заключение

В результате проведенного исследования построена математическая модель обслуживания эластичного трафика в нисходящей линии изолированной соты сети стандарта LTE с учетом группового поступления запросов и их буферизации; сформулированы определения характеристик качества обслуживания поступающих запросов на передачу файлов; построен рекурсивный алгоритм оценки значений $p(i)$; проведен численный анализ зависимости характеристик от особенностей формирования и обслуживания запросов и значений входных параметров; сформулированы рекомендации по практическому использованию полученных результатов, в частности, для оценки минимального ресурса передачи, необходимого для обслуживания известного объема трафика данных с заданным качеством, и оценки максимального объема трафика, который может быть передан имеющимся ресурсом с требуемыми показателями.

Литература

1. *Vasiliev A. P., Stepanov S. N.* The construction and analysis of mathematical models of a dynamic distribution channel resource for group requests of data transfer // T-Comm. 2016. Vol. 10. No.11. Pp. 55–59.
2. *Zhang Y. J., Letaief K. B.* Multi-user adaptive subcarrier and bit allocation with adaptive cell selection for OFDM systems // IEEE Transactions on Wireless Communications, Sep. 2004.
3. *Степанов С. Н.* Теория телетрафика: концепции, модели, приложения. М: Горячая линия — Телеком, 2015. 868 с.
4. *Bonald T., Virtamo J.* A recursive formula for multirate systems with elastic traffic // IEEE Communications Letters. 2005. Vol. 9. Pp. 753–755.
5. *Stasiak M., Glabowski M., Wisniewski A., Zwierzykowski P.* Modelling and dimensioning of mobile network: from GSM to LTE. John Wiley & Sons Ltd, 2011. 315 p.
6. *Степанов С. Н.* Модель совместного обслуживания трафика сервисов реального времени и данных. I // Автоматика и телемеханика. 2011. № 4. С. 121–132.
7. *Степанов С. Н.* Модель совместного обслуживания трафика сервисов реального времени и данных. II // Автоматика и телемеханика. 2011. № 5. С. 139–147.
8. *Степанов С. Н.* Модель обслуживания трафика сервисов реального времени и данных с динамически изменяемой скоростью передачи // Автоматика и телемеханика. 2010. № 1. С. 18–33.
9. *Степанов С. Н., Пестерев А. А.* Разработка и анализ модели совместного обслуживания трафика реального времени и данных в сетях 3GPP // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2013. Т. 7. № 7. С. 122–125.
10. *Степанов С. Н., Романов А. М.* Моделирование особенностей обслуживания трафика реального времени от конечных групп пользователей и трафика данных с динамически изменяемой скоростью передачи на линиях доступа // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2014. Т. 8. № 12. С. 91–94.

THE CONSTRUCTION AND ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS WITH A DYNAMIC DISTRIBUTION CHANNEL RESOURCE FOR GROUP REQUESTS OF DATA TRANSFER AND BUFFER UTILIZATION

Aleksandr P. Vasiliev,

Moscow, Russia, apvasil@yandex.ru

Sergey N. Stepanov,

Moscow, Russia, apvasil@yandex.ru

ABSTRACT

The model of the dynamic distribution of channel resource for group requests of data transfer and buffer utilization is designed. The similar procedure is used in the standard LTE (Long Term Evolution). It is realized at the expense of traffic scheduling in uplink and downlink, the purpose of which is to equalize the quality of communication and overall system performance in LTE. The mathematical model takes into account the following features: group arrivals of requests of servicing, buffer utilization and the dependence of data transfer of link load. Markov process that describes the dynamic change of model states is constructed. The models performance measures are defined. Comparative analyses of the dependence of the main characteristics from the distribution of the requests in the group are constructed. The algorithm for estimation the required channel capacity is proposed. It can be used for estimation of the minimum transmission resource required to service a known amount of data traffic and maximum amount of traffic that can be transmitted by the available resource with the required quality.

Keywords: LTE; dynamic distribution; group arrivals; pulse mode of the data traffic; buffer.

References

1. Vasiliev A.P., Stepanov S.N. The construction and analysis of mathematical models of a dynamic distribution channel resource for group requests of data transfer. *T-Comm*. 2016. Vol. 10. No.11. Pp. 55-59.
2. Zhang Y.J., Letaief K.B. Multi-user adaptive subcarrier and bit allocation with adaptive cell selection for OFDM systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*. Sep. 2004.
3. Stepanov S.N. *Teoriya telegrafiki: kontsepsii, modeli, prilozheniya* [Teletraffic theory: concepts, models, applications]. M.: Goryachaya liniya – Telekom, 2015. 868 p. (In Russian)
4. Bonald T., Virtamo J. A recursive formula for multirate systems with elastic traffic. *IEEE Communications Letters*. 2005. Vol. 9. Pp. 753-755.
5. Stasiak M., Glabowski M., Wisniewski A., Zwierzykowski P. *Modelling and dimensioning of mobile network: from GSM to LTE*. John Wiley & Sons Ltd, 2011. 315 p.
6. Stepanov S.N. The model of joint servicing of real time traffic and data. I. *Automation and Remote Control*. 2011. No. 4. Pp.121-132. (In Russian)
7. Stepanov S.N. The model of joint servicing the real time traffic and data. II. *Automation and Remote Control*. 2011. No. 5. Pp. 139-147. (In Russian)
8. Stepanov S.N. The model of joint servicing the real time traffic and data with dynamic resource allocation. *Automation and Remote Control*. 2010. No. 1. Pp. 18-33. (In Russian)
9. Stepanov S.N., Pesterov A.A. Construction and analysis of the model of concurrent servicing real-time and data requests in 3GPP 3G systems. *T-Comm*. 2013. Vol. 7. No. 7. Pp. 122-125. (In Russian)
10. Stepanov S.N., Romanov A.M. Real-Time traffic service modeling specialities of a finite user group and data traffic with a dynamically changeable transmission speed on access lines. *T-Comm*. 2014. Vol. 8. No. 12. Pp. 91-94. (In Russian)

Information about authors:

Vasiliev A.P., postgraduate student of department of communication networks and commutation systems, Moscow Technical University of Communications and Informatics;

Stepanov S.N., PhD, professor of department of communication networks and commutation systems, Moscow Technical University of Communications and Informatics.

For citation: Vasiliev A.P., Stepanov S.N. The construction and analysis of mathematical models with a dynamic distribution channel resource for group requests of data transfer and buffer utilization. *H&ES Research*. 2017. Vol.9. No. 4. Pp. 6-12. (In Russian)