



Серия «Науки о Земле»  
2009. Т. 2, № 2. С. 20–36

Онлайн-доступ к журналу:  
<http://isu.ru/izvestia>

---

---

ИЗВЕСТИЯ  
*Иркутского  
государственного  
университета*

---

---

УДК 551.510.42

## Тенденции и уровень решения проблемы оценки загрязнения атмосферы

А. В. Аргучинцева ([arg@math.isu.ru](mailto:arg@math.isu.ru)),  
В. К. Аргучинцев ([arg@math.isu.ru](mailto:arg@math.isu.ru)),  
С. Ж. Вологжина ([sayana-irk@mail.ru](mailto:sayana-irk@mail.ru))

**Аннотация.** Дан краткий обзор существующих методов моделирования переноса антропогенных примесей в атмосфере. Рассматриваются: эмпирико-статистический подход; стандартные методики и Гауссова модель факела; модели, основанные на аналитических и численных решениях уравнений переноса и турбулентной диффузии примесей.

**Ключевые слова:** проблема, моделирование, загрязнение, атмосфера.

### Введение

Одной из актуальных проблем современности является охрана окружающей среды от отрицательного антропогенного воздействия. От правильного и своевременного решения этой проблемы зависят здоровье, репродуктивные функции и благосостояние людей. Самый ощутимый вклад в загрязнение окружающей среды из-за технологических специфик, неэффективных, устаревших или вообще отсутствующих очистных сооружений вносят предприятия энергетические, химические, цветной металлургии.

Для выявления последствий антропогенной деятельности постановка натуральных экспериментов может оказаться слишком дорогостоящей. Поэтому при оценке возможных последствий такой деятельности весьма эффективным является математическое моделирование.

Распространение примесей зависит от гидрометеорологических условий, орографических неоднородностей местности, трансформации веществ за счет химических и фотохимических превращений, взаимодействия с подстилающей поверхностью.

При математическом моделировании переноса примесей возникает проблема восстановления гидрометеорологических полей в связи с отсутствием регулярных наблюдений, особенно над горными районами и водоемами, в реках, озерах и водохранилищах. Поэтому создание пространственных нестационарных моделей мезомасштабных процессов в атмосфере и гидросфере представляет не только теоретический интерес, но и имеет большое практическое значение для разработки методов локального прогноза погоды и загрязнения атмосферы и гидросферы; оценки искусствен-

ного воздействия на отдельные явления; изучения мезо- и микроклимата; инженерной защиты территорий, зданий и сооружений; анализа причин и прогноза последствий чрезвычайных ситуаций, угрожающих экологической безопасности. Мезомасштабные процессы в пограничных слоях могут создавать опасные явления для авиации (при взлете и посадке самолетов), морского транспорта и сельского хозяйства.

В качестве основы математического моделирования процессов в атмосфере принимаются уравнения геофизической гидродинамики, выражающие основные законы сохранения энергии, импульса и массы стратифицированных сплошных сред.

Проблемы математического моделирования динамики и кинетики газовых примесей и аэрозолей в атмосфере обобщены в монографиях и обзорах [1, 5–7, 10–12, 14, 23, 31–33, 36, 37, 41, 43, 48, 51, 56, 57, 64, 66, 76, 78].

Характерными свойствами рассматриваемых сред являются многокомпонентность, нелинейность, анизотропность, существенные изменения физико-химических характеристик в пространстве и во времени. В связи с этим моделирование гидromетеорологических процессов и распространения примесей относится к группе задач, для решения которых необходима разработка эффективных вычислительных алгоритмов.

Распространение примесей зависит от гидromетеорологических условий орографических неоднородностей местности, трансформации веществ за счет химических и фотохимических превращений, взаимодействия примесей с подстилающей поверхностью.

При математическом моделировании переноса примесей возникает проблема восстановления гидromетеорологических полей в связи с отсутствием регулярных наблюдений.

Работы в области моделирования распределения и распространения загрязняющих веществ условно можно разбить на направления.

### **Эмпирико-статистический подход**

Существует очень большое разнообразие статистических подходов, базирующихся на обработке данных наблюдений за загрязнением окружающей среды. В одних работах в качестве характеристик экологического состояния объекта могут выступать средние или максимальные концентрации; индексы загрязнения (отношение среднего значения концентрации ингредиента к установленной для него предельно допустимой концентрации); обобщенный показатель (повторяемость существенно повышенных концентраций по отношению к общему числу проведенных измерений). Такой обобщенный показатель легко рассчитывается как по отдельным ингредиентам, так и по их совокупности [7, 49, 50]. В других работах [13, 25] для прогноза повышенного уровня загрязнения разработан метод разложения по естественным ортогональным функциям изменяющихся во времени полей концентраций ингредиентов. Ценность метода в том, что он дает основную информацию о состоянии поля концентраций примеси в нескольких первых членах разложения, причем коэффициент при первом

члене разложения по своему физическому смыслу и величине близок к обобщенному показателю [24]. Коэффициенты при следующих членах разложения детализируют структуру поведения изучаемых концентраций ингредиентов. Указанные статистические характеристики (обобщенный показатель, коэффициенты при ортогональных функциях) дают информацию об одновременных вариациях концентраций примесей на всей рассматриваемой территории, позволяют выявить основные источники выбросов, дать прогноз концентраций для неблагоприятных метеорологических условий. Усредненные по времени и пространству концентрации позволяют уловить тенденцию изменчивости уровня концентраций, связанную с сезонным ходом метеорологических параметров. Однако необходимым условием, обеспечивающим возможность расчета указанных статистических параметров для заданной местности, является наличие многолетних регулярных репрезентативных наблюдений, а также достаточно густая сеть пунктов слежения.

Ряд авторов пытается приближенно связать измеренные концентрации ингредиентов с метеорологическими факторами. Так, в некоторых работах [51, 82, 83] определяют степень близости конкретной синоптической ситуации к характерным группам концентраций загрязняющих веществ, используя схему распознавания образов. Установленная минимальная невязка между ожидаемой синоптической ситуацией и одной из групп концентраций является основой для прогноза этой группы.

По известным профилям ветра и различным полиномиальным формам распределения (зависящим от условий устойчивости атмосферы) приземных концентраций построена на основе уравнения неразрывности массы простая модель загрязнения атмосферы города [85].

Приближенно связать максимальные концентрации примесей с вектором скорости ветра позволяют графические методы [87], когда на круговой диаграмме строят изоплеты повторяемости скорости ветра в полярных координатах. Одновременно строится в тех же координатах диаграмма концентраций примесей, наблюдаемых в атмосфере данной местности. Сопоставление этих двух диаграмм позволяет быстро получить информацию о том, при каких направлениях и скоростях ветра отмечаются максимальные концентрации. Подобный метод для анализа совместного действия распределения скорости и направления ветра на содержание в атмосфере двуокиси серы был ранее использован и другими авторами [59, 81].

Значительное развитие получили работы по прогнозу потенциала загрязнения воздуха [7]. В основу этих работ заложен учет статистической повторяемости условий (например, антициклональный тип погоды с застоями воздуха, слабыми ветрами, температурными инверсиями и т. д.), опасных с точки зрения формирования высоких уровней концентраций.

В некоторых работах [34] на основе измерений концентраций загрязняющих ингредиентов строятся их эмпирические функции распределения, которые в дальнейшем используются для оценки вероятности превышения предельно допустимых концентраций (ПДК).

На основе обработки, анализа и обобщения результатов наблюдений сети станций фоновый мониторинга разработаны статистические модели, позволяющие описать исходную информацию о загрязнении приземного слоя воздуха [26].

Надо отметить, что эксперимент, как бы тщательно он ни был подготовлен и проведен, не может обеспечить прогноз загрязнения среды в зависимости от изменения параметров источников, введения в строй новых промышленных объектов или очистных сооружений, реорганизации предприятий и пр. К тому же экспериментальные данные определяют уровень загрязнения, сформированный под действием как природных, так и антропогенных источников, что существенно осложняет не только интерпретацию результатов измерений концентраций загрязняющих веществ с целью выделения источника загрязнения, но и разработку методов и средств контроля качества атмосферного воздуха [46].

### **Стандартные методики**

Стандартные методики утверждены ГОСТом и рекомендованы всем промышленным предприятиям как нормативный документ для составления «Томов предельно допустимых выбросов». Действующие в нашей стране методики [35, 52, 53] и их последующие модификации позволяют на основе эмпирических и полуэмпирических формул выявлять степень опасности загрязнения приземного слоя атмосферы выбросами вредных веществ по наибольшей рассчитанной величине приземной концентрации, которая может устанавливаться на некотором расстоянии от места выброса при неблагоприятных метеорологических условиях (например, штиль, опасная скорость ветра и пр.). Согласно этим методикам величины приземных концентраций ингредиентов по оси факела оцениваются при тех же (неблагоприятных) метеорологических условиях с учетом эмпирического поправочного коэффициента, зависящего от величины отношения расстояния, на котором ищется концентрация, к расстоянию, на котором достигается максимальная концентрация. Аналогично определяются значения концентраций вредных веществ и при других значениях скоростей ветра (например, при модальной скорости). Величины приземных концентраций по перпендикуляру от оси факела определяются при заданной скорости ветра с учетом концентраций, рассчитанных на оси, и эмпирического поправочного коэффициента, зависящего от величины отношения расстояния от рассматриваемой точки по перпендикуляру до оси факела к расстоянию до источника по оси факела. Предлагаемые эмпирические формулы отличаются между собой учетом конфигурации устья трубы, температурного режима выходящей смеси (холодные и горячие выбросы), расчетом расстояния, на котором достигается максимальная концентрация и пр. Попытки учета влияния рельефа местности, температурной стратификации, скорости осаждения частиц примеси сводятся к введению безразмерных коэффициентов, искусственно увеличивающих или уменьшающих рассчитанные концентрации. Так, например, для точечных источников, выбрасывающих час-

тицы пыли, расчет гравитационной скорости осаждения в зависимости от размера частиц подменяется умножением значений концентрации на коэффициенты 2; 2,5; 3 в зависимости от степени очистки выбрасываемой пыли соответственно на 90 % и более, 75–90 % или менее 75 %. Один и тот же коэффициент температурной стратификации берется для слишком обширных территорий (его значение равно 200 для Сибири, Нижнего Поволжья, Дальнего Востока, Кавказа, и территории Средней Азии, расположенной севернее 40° с. ш.). Кроме того, дефект симметричного расчета по секторам круга завуалирован для группы действующих источников их различной мощностью. Поэтому можно сделать вывод, что гостированные методики, во-первых, не учитывают климатические особенности местности и, во-вторых, могут давать лишь качественную картину загрязнения при ситуациях, близких штилевым. Однако хорошо известен тот факт, что ветры различных направлений в зависимости от расположения предприятий могут существенно увеличить загрязнение в расчетной точке. Причем эта ситуация будет повторяться с вероятностью реализации ветров данного направления [3, 4].

### **Гауссова модель факела**

В большинстве предлагаемых моделей [41, 55, 60, 61, 65, 77, 80] используется предположение, что распределение примеси является гауссовым. Это предположение основано на том факте, что поток примеси (или поток количества примеси), проходящий в единицу времени через вертикальное сечение факела, нормальное к среднему направлению ветра, есть величина постоянная, равная интенсивности источника (соответственно в объемных или массовых единицах). С удалением от источника выброса происходит постепенное размывание факела, что приводит к увеличению площади поперечного сечения, а, следовательно, к уменьшению концентрации примеси по оси факела. Высказанное положение является основным свойством распределения Гаусса: площадь под колоколообразной кривой является постоянной на любом расстоянии от источника, а потому с увеличением ширины факела (среднего квадратического отклонения) среднее значение по оси факела уменьшается. В общем случае, когда ось абсцисс направлена вдоль среднего ветра, можно считать, что случайные возмущения, обусловленные атмосферной турбулентностью, рассеивают примесь по бинормальному закону относительно центральной оси факела (т. е. по нормальному закону как в горизонтальной, так и вертикальной плоскостях). Математическое описание таких кривых позволяет моделировать дисперсию возмущений факела [42]. Так, П. Зиб [88] средний уровень концентраций в городах считает по простой дисперсионной модели Гаусса. По усовершенствованной гауссовой модели Р. Дрэкслер [63] оценивает концентрацию, осредненную за длительный период времени. Д. Сепеши [47], используя гауссовское распределение факела, для определения средних концентраций сводит источники в одну точку, при этом концентрацию он рассматривает как сумму концентраций от отдельных труб. Считая, что

внутри каждого румба для интересующего интервала времени направление ветра распределено равномерно, он выделяет румбы с максимальной повторяемостью больших концентраций. Различные модификации гауссовой модели факела дают возможность приближенно учитывать неровности рельефа местности [58, 68, 89], химические реакции первого порядка [70, 77].

### Модели, основанные на аналитических решениях уравнений переноса и турбулентной диффузии примесей

В области теоретических исследований турбулентной диффузии много результатов получено на основе уравнений диффузии классической К-теории [41]. Эти уравнения могут быть записаны для однородных

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u_i s}{\partial x_i} + \alpha s = F + k_{ij} \frac{\partial^2 s}{\partial x_i \partial x_j} \quad (1)$$

или анизотропных сред

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u_i s}{\partial x_i} + \alpha s = F + \frac{\partial}{\partial x_i} k_{ij} \frac{\partial s}{\partial x_j}. \quad (2)$$

Для описания распространения примесей в неоднородных средах справедливо прямое (второе) уравнение Колмогорова [20]:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u_i s}{\partial x_i} + \alpha s = F + \frac{\partial^2 k_{ij} s}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (3)$$

или, преобразуя последнее слагаемое в правой части (5. 3), имеем

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u_i s}{\partial x_i} + \alpha s = F + \frac{\partial}{\partial x_i} k_{ij} \frac{\partial s}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} s \frac{\partial k_{ij}}{\partial x_j}. \quad (4)$$

В уравнениях (1)–(4)  $i, j = \overline{1,3}$  – номер координаты;  $t$  – время;  $u_i$  – компонента скорости среды по соответствующей координате  $x_i$ ;  $s$  – концентрация загрязняющей субстанции;  $\alpha$  – коэффициент неконсервативности примеси;  $F = F(t, x_i)$  – функция, описывающая источники рассматриваемой субстанции;  $k_{ij}$  – тензор коэффициентов турбулентной диффузии. Уравнения (1)–(4) записаны в тензорном виде, а потому по дважды повторяющимся индексам в одночленном выражении производится суммирование в пределах их изменения.

Сравнивая (2) и (4), видим, что уравнение (2) является частным случаем (3), или, что то же (4), последнее слагаемое которого содержит в себе информацию о неоднородности среды.

Предлагаются различные способы замыкания уравнений (1)–(3). Важнейшими элементами математических моделей, базирующихся на описании процессов турбулентного обмена с помощью К-теории, являются параметризации коэффициентов турбулентной диффузии [17]. Эти параметризации, с одной стороны, должны удовлетворительно описывать характерные зависимости коэффициентов диффузии от определяющих параметров всех процессов, формирующих турбулентную структуру течения, и, с другой, – иметь вид, удобный для практического использования. В настоящее время аналитические решения полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии получены в основном при условиях или постоянства, или степенной зависимости скорости и коэффициентов диффузии от высоты приземного слоя атмосферы [15, 19, 22, 67, 71, 75, 79, 84]. В работе [16] получено аналитическое решение полуэмпирического уравнения вертикальной турбулентной диффузии с использованием оригинальной параметризации для коэффициента вертикальной турбулентной диффузии в виде квазипараболического функционала от вертикального профиля горизонтального ветра. Аналитические решения в виде разложений по полиномам Гегенбауэра (от продольной переменной) и Эрмита (от поперечной переменной) в стационарном и однородном в горизонтальных направлениях пограничном слое атмосферы получены В. Н. Волощуком [18]. Недостатки гауссовых моделей, преимущества и ограничения К-моделей подробно рассмотрены в ряде работ [36, 41, 73, 74, 76, 86].

Использование аналитических решений значительно упрощает решение задачи о распространении примесей и часто приводит к довольно интересным и важным результатам. Однако сами аналитические решения можно получить при существенных упрощениях изучаемых процессов. Поэтому наряду с достоинствами аналитические решения обладают и недостатками. Так, в случаях больших уклонов рельефа и термической неоднородности подстилающей поверхности детально описать распространение примесей от действующей системы источников возможно только с помощью численных методов.

Ряд авторов полуэмпирическое уравнение турбулентной диффузии решают численно, замыкая задачу на эмпирические данные с заданными горизонтальными составляющими вектора скорости ветра и коэффициентами турбулентного обмена по вертикали и горизонтали.

### **Модели, основанные на численных решениях уравнений гидротермодинамики и переноса примесей**

Для описания мезомасштабных процессов перспективными являются негидростатические трехмерные модели, основанные на наиболее полных уравнениях геофизической гидродинамики (негидростатичность, учет сжимаемости и всех составляющих силы Кориолиса). Одна из основных трудностей решения уравнений гидротермодинамики в общем виде состоит в том, что они описывают все типы волновых движений, включая и акустические, скорость распространения которых значительно больше, чем

скорость изучаемых процессов. Применяемые методы отфильтровывания звуковых волн могут приводить к нежелательным искажениям основных типов движений. Поэтому проблема построения эффективных методов решения является актуальной. Сложность решения рассматриваемой системы уравнений обусловлена наличием физических процессов с различными характерными временными масштабами.

Наиболее полный подход к моделированию концентраций достигается, естественно, при решении системы трехмерных уравнений турбулентного пограничного слоя атмосферы совместно с уравнением баланса атмосферных примесей [1, 2, 7, 23, 31–33, 36, 43, 48, 54].

Для решения задач динамики атмосферы, океана и охраны окружающей среды разработаны достаточно универсальные и эффективные методы численного решения. В частности, к экономичным численным алгоритмам относятся методы расщепления по физическим процессам и геометрическим переменным [32, 33]. Решение задачи на каждом временном шаге осуществляется в три основных этапа: 1) перенос субстанций вдоль траекторий и турбулентный обмен; 2) процесс согласования гидрометеорологических полей; 3) расчет притоков тепла. Такой подход позволяет в принципе задавать разные шаги по времени на каждом этапе. Найденные на основе гидротермодинамической модели скорости движения и турбулентные характеристики используются для расчета переноса аэрогидрозоля с учетом химических реакций.

Подробный анализ различных численных схем с точки зрения их устойчивости, точности и вычислительной эффективности дан в ряде работ (например, [75]).

В статье В. В. Пененко [44] предложено развитие методики решения задач динамики атмосферы, океана и охраны окружающей среды. Новыми элементами являются численные алгоритмы получения оптимальных оценок прогнозируемых характеристик с учетом неопределенностей. Последние можно интерпретировать как ошибки моделей, параметров и входных данных. Функции неопределенностей явно вводятся в систему моделирования. Идея предлагаемого подхода базируется на специальной организации вариационного принципа для нелинейных моделей изучаемых процессов, которые рассматриваются в обобщенной вариационной формулировке. Для этого целевой функционал дополняется функционалами, выражающими суммарную меру всех неопределенностей и, при наличии данных наблюдений, меру отклонений между измеренными величинами и рассчитанными с помощью моделей образами этих величин. Описана структура вычислительной технологии, использующей универсальный алгоритм прямого-обратного моделирования для реализации методики. Предлагаемые алгоритмы предназначены для совершенствования организации адаптивных (или направленных) стратегий мониторинга и оптимального прогнозирования изменений качества атмосферы.

В любом случае решения уравнений (1)–(3) приводят к оценке концентрации загрязнителей при какой-то единичной реализации поведения



среды (например, типичные, или некоторые осредненные, или неблагоприятные условия для рассеяния примесей, или параметры среды, рассчитанные для данного момента времени из уравнений гидротермодинамики).

### **Динамико-стохастический подход**

Любые явления (например, метеорологические, гидрологические) в процессе развития во времени включают в себя регулярную и случайную составляющие. В качестве регулярной составляющей можно рассматривать усредненные по времени или реализациям величины, а в качестве случайных – пульсации от средних. Естественно, что наиболее сложно описать поведение случайных составляющих, которые во многих процессах хозяйственной деятельности выступают как помехи. Поэтому авторы многих работ пытаются закономерности поведения случайных составляющих описать вероятностными методами. Так, например [38, 39], пульсации скорости ветра описываются модифицированной цепью Маркова, позволяющей дополнительно учитывать их пространственную коррелированность, или полиномиально аппроксимировать реальный энергетический спектр пульсационных скоростей среды [8, 9]. В поле неоднородной турбулентности рассчитывают распределение концентраций с использованием заранее вычисленной матрицы ковариаций эйлеровых скоростей [69]. Оригинальный метод нахождения одно- и двухточечных функций плотности вероятностей концентрации аэрозолей и интегралов от них по времени распространения дан в монографии [10]. Методы расчета плотности загрязнения различных участков подстилающей поверхности в зависимости от параметров случайного поля ветра и турбулентной среды предлагаются в различных статьях [27, 29, 40]. В ряде работ [21, 72] моделирование диффузии от точечного источника в слое со случайной стратификацией проводится на основе метода Монте-Карло.

В статье А. В. Протасова [45] на основе вариационного метода усвоения информации рассматривается динамико-вероятностное моделирование комплексов гидрометеорологических полей. Реализации моделируемых полей удовлетворяют априорным статистическим свойствам исследуемых полей, заданных в виде ковариационных и взаимно-ковариационных матриц, распределения вероятности, а также физическим свойствам процессов, описываемых решениями соответствующих систем дифференциальных уравнений. По существу, предлагается метод динамико-вероятностного моделирования гидрометеорологических полей с оптимальным соответствием статистических и физических свойств.

Надо отметить, что в теоретических исследованиях и практических расчетах определяют в основном абсолютные значения концентраций ингредиентов при выбранных каким-то образом метеорологических ситуациях. Однако при решении ряда задач представляет интерес не только информация о мгновенных величинах концентраций, но и оценка экологического благополучия района в целом за рассматриваемый интервал времени. Так, например, заслуживают внимания сведения о том, как долго живые

организмы, в том числе и человек, пребывают в зонах с повышенными концентрациями определенных субстанций.

Все реальные экосистемы находятся под воздействием внешней среды, состояние которой может меняться случайным образом, т. е. ряд параметров, обуславливающих это состояние, имеет случайные составляющие. Поэтому большое внимание уделяется разработке концепции стохастических моделей, которые, кроме общепринятых мгновенных и осредненных характеристик, дают вероятностную оценку наступления интересующего события [2–4].

Именно продолжительность воздействия загрязняющих ингредиентов создает реальную угрозу наиболее уязвимым объектам, способствует возникновению кумулятивного эффекта, который может привести к отсроченным негативным последствиям и необратимым отклонениям от природного равновесия. Поэтому представляют определенный интерес математические модели, способные выявить зоны рискованных воздействий на природную среду с учетом всех климатических особенностей изучаемого региона. Основные предпосылки в монографии [2] базируются на том, что в различные периоды времени в атмосфере данной местности реализуются определенные типы движений воздушных масс, которые за период характерного времени можно считать стационарными. После каждого такого периода выполняется новое наблюдение, т. е. как бы происходит мгновенная перестройка движения воздушных масс и наступает вновь новое стационарное состояние, длительность которого определяется интервалом времени между двумя соседними наблюдениями (например, срочные метеонаблюдения на постах). Поскольку перестройка циркуляций происходит за период намного короче времени существования определенного типа движений, то можно сделать предположение о том, что эта перестройка происходит мгновенно. Таким образом, система с течением времени переходит из одного состояния в другое. С другой стороны, мы можем рассматривать многолетние наблюдения гидрометеорологических величин как ансамбль климатических характеристик данной местности. Так как реализации относятся к разным годам, то их можно считать статистически независимыми. Такой подход позволяет преодолеть трудности, связанные с неэргодичностью природных явлений, позволяя делать усреднение не по времени, а по реализациям. Таким образом, срочные наблюдения на метеостанциях и постах выступают как возможные реализации случайной функции, а многолетние наблюдения – как множество или ансамбль всех реализаций этой случайной функции. Усреднение всех реализаций уже представляет собой климатическую норму. Иначе говоря, изменения (приращения), получаемые новыми состояниями системы на непересекающихся интервалах времени длиной  $\tau \ll T$  ( $\tau$  – лагранжев масштаб времени), практически некоррелированы [37]. Поэтому можно рассматривать случайную последовательность состояний с независимыми приращениями как марковский процесс без последствий (цепь Маркова), при котором система как бы не обладает памятью о своих прошлых состояниях. Плотность пе-

реходной вероятности  $p(t_0, x_0; t_1, x)$  для цепи Маркова удовлетворяет интегральному уравнению Смолуховского [28, 30]:

$$p(t_0, x_0; t + \tau, x) = \int p(t_0, x_0; t, z) p(t, z; t + \tau, x) dz,$$

где  $t_1 = t + \tau$ . Переход из состояния  $x_0$  в интервал от  $x$  до  $x + dx$  за время  $t_1$  может произойти различными путями. Для того чтобы каким-то образом учесть такие пути, интервал времени  $t_1$  разбивается на две части  $t$  и  $\tau$ . Тогда переход системы из  $x_0$  в интервал от  $x$  до  $x + dx$  можно характеризовать сперва переходом в момент времени  $t$  в интервал от  $z$  до  $z + dz$ , а затем в момент  $t + \tau$  из  $z + dz$  в интервал от  $x$  до  $x + dx$ .

Решение уравнения Смолуховского для определенных классов случайных процессов сводится к прямому дифференциальному уравнению Колмогорова:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial [A(t, x)p]}{\partial x} = \frac{\partial^2 [B(t, x)p]}{\partial x^2}. \quad (5)$$

Для рассматриваемой области  $D$  в (5)  $p = p(t_0, x_0; t, x)$  – плотность вероятности перехода системы из состояния  $x_0$  в состояние  $x$  за время от  $t_0$  до  $t$ , которая удовлетворяет условиям:

$$\int_D p(t_0, x_0; t, x) dx = 1 \text{ и } p \geq 0,$$

$$A(t, x) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int (x - z) p(t, z; t + \tau, x) dx = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{x - z}{\tau};$$

$$2B(t, x) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int (x - z)^2 p(t, z; t + \tau, x) dx = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{x - z^2}{\tau}.$$

Кроме того, на процесс налагается ограничение

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{(x - z)^3}{\tau} \rightarrow 0,$$

т. е. вероятность больших отклонений за малое время достаточно быстро стремится к нулю.

Уравнение (5) по внешнему виду идентично уравнению (3) при условии, что концентрация примеси  $s$  рассматривается как относительная величина (например, отношение числа загрязняющих частиц к общему числу частиц, или отношение объема загрязняющей массы к общему объему),  $A$  – средняя скорость систематического изменения параметра  $x$ ,  $B$  – интенсивность колебаний около этой средней (что в (3) описывается коэффициентом турбулентной диффузии). Однако уравнение (5) при определенной его записи позволяет учесть климатические особенности региона как полную

группу событий за рассматриваемый интервал времени и с их учетом рассчитать интегральные характеристики загрязнения.

Состояние системы в (5) можно рассматривать как функцию многих переменных.

### Список литературы

1. *Алоян А. Е.* Моделирование динамики и кинетики газовых примесей и аэрозолей в атмосфере / А. Е. Алоян. – М. : Наука, 2008. – 415 с.
2. *Аргучинцев В. К.* Моделирование мезомасштабных гидротермодинамических процессов и переноса антропогенных примесей в атмосфере и гидросфере региона оз. Байкал / В. К. Аргучинцев, А. В. Аргучинцева. – Иркутск : Изд-во Иркут. ун-та, 2007. – 255 с.
3. *Аргучинцева А. В.* Математическое моделирование климатического распределения аэрозолей // Оптика атмосферы и океана. – 1994. – № 8. – Т. 7. – С. 1101–1105.
4. *Аргучинцева А. В.* Математическое моделирование распределения антропогенных аэрозолей // Оптика атмосферы и океана. – 1996. – № 6. – Т. 9. – С. 800–803.
5. *Белолипецкий В. М.* Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды / В. М. Белолипецкий, Ю. И. Шокин. – Новосибирск : ИНФОЛИО-пресс, 1997. – 239 с.
6. *Берлянд М. Е.* Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы / М. Е. Берлянд. – Л. : Гидрометеиздат, 1985. – 272 с.
7. *Берлянд М. Е.* Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы / М. Е. Берлянд. – Л. : Гидрометеиздат, 1975. – 448 с.
8. *Бородулин А. И.* Моделирование турбулентной диффузии примесей при малых временах распространения // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. – 1993. – № 2. – Т. 29. – С. 208–212.
9. *Бородулин А. И.* Об описании турбулентной диффузии с конечной скоростью распространения // Метеорология и гидрология. – 1993. – С. 45–56.
10. *Бородулин А. И.* Статистическое описание распространения аэрозолей в атмосфере / А. И. Бородулин, Г. М. Майстренко, Б. М. Чалдин. – Новосибирск : Новосиб. ун-т, 1992. – 123 с.
11. *Бызова Н. Л.* Рассеивание примесей в пограничном слое атмосферы / Н. Л. Бызова. – М. : Гидрометеиздат, 1974. – 90 с.
12. *Бызова Н. Л.* Экспериментальные исследования атмосферной диффузии и расчеты рассеяния примеси / Н. Л. Бызова, Е. К. Гаргер, В. Н. Иванов. – Л. : Гидрометеиздат, 1991. – 278 с.
13. *Вавилова Н. Г.* Статистический анализ данных о загрязнении воздуха в городах с помощью естественных функций / Н. Г. Вавилова, Е. Л. Генихович, Л. Р. Сонькин // Тр. ГГО. – 1969. – Вып. 238. – С. 27–32.
14. *Вельтищева Н. С.* Методы моделирования промышленного загрязнения атмосферы. Обзор / Н. С. Вельтищева. – Обнинск, 1975.
15. *Волощук В. М.* Аналитическая модель вертикальной турбулентной диффузии газоаэрозольной примеси в пограничном слое атмосферы // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. – 1992. – Т. 28. – № 4. – С. 370–377.
16. *Волощук В. М.* Аналитическая модель процесса регионального загрязнения местности аэрозольным источником // Метеорология и гидрология. – 1991. – № 8. – С. 24–35.

17. *Волощук В. М.* О параметризации вертикального турбулентного обмена для пограничного слоя атмосферы / В. М. Волощук, А. И. Куприянчук, Т. Д. Лев // *Метеорология и гидрология.* – 1992. – № 3. – С. 5–15.
18. *Волощук В. М.* Поперечное рассеяние газоаэрозольной примеси в пограничном слое атмосферы // *Изв. АН. Физика атмосферы и океана.* – 1993. – Т. 29. – № 3. – С. 293–300.
19. *Гаврилов В. П.* Рассеяние примеси от стационарных источников в приземном слое атмосферы / В. П. Гаврилов, Ю. К. Горматюк // *Метеорология и гидрология.* – 1989. – № 2. – С. 37–47.
20. *Галкин Л. М.* Некоторые аспекты диффузии в неоднородных средах // *Самоочищение и диффузия внутренних водоемов.* – Новосибирск : Наука, 1980. – С. 7–47.
21. *Галкин Л. М.* Решение диффузионных задач методом Монте-Карло / Л. М. Галкин. – М.: Наука, 1975. – 95 с.
22. *Гандин Л. С.* О распределении дыма из фабричных труб / Л. С. Гандин, Р. Э. Соловейчик // *Тр. ГГО.* – 1958. – Вып. 77. – С. 84–94.
23. *Дулов В. Г.* Математическое моделирование в глобальных проблемах естествознания / В. Г. Дулов, В. М. Белолипецкий, В. А. Цибаров. – Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2005. – 248 с.
24. *Елекоева Л. И.* Анализ поля концентраций сернистого газа методом разложения по естественным ортогональным функциям / Л. И. Елекоева, И. Е. Чувашина // *Тр. ГГО.* – 1979. – Вып. 436. – С. 72–78.
25. *Елекоева Л. И.* Использование метода разложения полей по естественным ортогональным функциям для анализа и прогноза загрязнения атмосферы // *Тр. ГГО.* – 1982. – Вып. 450. – С. 101–107.
26. *Зеленюк Е.* Определение параметров загрязнения атмосферы в фоновом районе на основе статистической модели / Е. Зеленюк, Ю. Черханов // *Проблемы фонового мониторинга состояния природной среды.* – Л. : Гидрометеоздат, 1986. – Вып. 4. – С. 29–38.
27. *Кляцкин В. И.* Диффузия пассивной оседающей примеси в изотропном случайном поле скоростей / В. И. Кляцкин, О. Г. Налбандян // *Изв. АН. Физика атмосферы и океана.* – 1997. – Т. 33. – № 3. – С. 291–297.
28. *Колмогоров А. Н.* Об аналитических методах в теории вероятностей // *Успехи мат. наук.* – 1938. – Вып. 5. – С. 5–41.
29. *Кудряшов Н. А.* Статистическое моделирование скорости осаждения грубодисперсного аэрозоля в пограничном слое атмосферы / Н. А. Кудряшов, И. Е. Серебрякова // *Метеорология и гидрология.* – 1993. – № 9. – С. 35–41.
30. *Леонтович М. А.* Введение в термодинамику. Статистическая физика / М. А. Леонтович. – М. : Наука, 1983. – 416 с.
31. *Марчук Г. И.* Математическое моделирование в задачах экологии / Г. И. Марчук, А. Е. Алоян // *Препринт № 234.* – М. : ОВМ АН СССР, 1989. – 36 с.
32. *Марчук Г. И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г. И. Марчук. – М. : Наука, 1982. – 319 с.
33. *Марчук Г. И.* Приоритеты глобальной экологии / Г. И. Марчук, К. Я. Кондратьев. – М. : Наука, 1992. – 263 с.
34. *Матвеев Ю. Л.* Функция и плотность распределения загрязняющих веществ и температуры воздуха / Ю. Л. Матвеев, Л. Т. Матвеев // *Оптика атмосферы и океана.* – 1994. – № 2. – Т. 7. – С. 244–249.

35. Методика расчета концентраций в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий. Общесоюзный нормативный документ (ОНД-86). – Л. : Гидрометеоздат, 1987. – 93 с.
36. Моделирование и управление процессами регионального развития / А. В. Аргучинцева [и др.] – М. : Наука, 2001. – 432 с.
37. *Монин А. С.* Статистическая гидромеханика / А. С. Монин, А. М. Яглом. – СПб.: Гидрометеоздат, 1992. – Т. 1. – 694 с.
38. *Мостовой Г. В.* Математическая модель диффузии от точечного источника в пограничном слое атмосферы // Вестник МГУ. Сер. 5. – 1993. – № 5. – С. 54–62.
39. *Мостовой Г. В.* Простая лагранжева модель мезомасштабного переноса примесей в атмосфере // Метеорология и гидрология. – 1993. – № 5. – С. 29–35.
40. *Налбандян О. Г.* О переносе пассивной примеси в случайном поле скоростей // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. – 1997. – Т. 33. – № 2. – С. 195–201.
41. *Ньистадт Ф. Т. М.* Атмосферная турбулентность и моделирование распространения примесей : пер. с англ. / Ф. Т. М. Ньистадт, Х. Ван Доп. – М. : Гидрометеоздат, 1985. – 351 с.
42. *Оке Т.* Климаты пограничного слоя / Т. Оке. – Л. : Гидрометеоздат, 1982. – 359 с.
43. *Пененко В. В.* Модели и методы для задач охраны окружающей среды / В. В. Пененко, А. Е. Алоян. – Новосибирск : Наука, 1985. – 256 с.
44. *Пененко В. В.* Прогнозирование изменений качества атмосферы с оценкой неопределенностей по данным мониторинга // Оптика атмосферы и океана. – 2008. – № 6. – Т. 21. – С. 492–497.
45. *Протасов А. В.* Динамико-вероятностное моделирование выбросов в атмосфере с использованием полулагранжевой модели переноса субстанции // Вычислительные технологии. – 2006. – Т. 11. – Ч. 3. – С. 143–150.
46. *Ровинский Ф. Я.* Озон, окислы азота и серы в нижней атмосфере / Ф. Я. Ровинский, В. И. Егоров. – Л. : Гидрометеоздат, 1986. – 183 с.
47. *Сепеши Д.* Метод определения средней концентрации примесей вблизи электростанций при помощи ЭВМ // Метеорологические аспекты загрязнения атмосферы. – Л. : Гидрометеоздат, 1971. – С. 31–36.
48. *Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования / Ин-т вычислительной математики.* – М. : Наука, 2005. – 405 с.
49. *Сонькин Л. Р.* Метеорологические условия формирования периодов интенсивного загрязнения воздуха в городах / Л. Р. Сонькин, Т. П. Денисова // Тр. ГГО. – 1969. – Вып. 238. – С. 33–41.
50. *Сонькин Л. Р.* Некоторые возможности прогноза содержания примесей в городском воздухе // Тр. ГГО. – 1971. – Вып. 254. – С. 121–132.
51. *Сонькин Л. Р.* Синоптико-статистический анализ и краткосрочный прогноз загрязнения атмосферы / Л. Р. Сонькин. – Л. : Гидрометеоздат, 1991. – 223 с.
52. Указания по расчету рассеивания в атмосфере веществ, содержащихся в выбросах предприятий. СН 369–74. – М. : Стройиздат, 1975. – 40 с.
53. Унифицированная программа расчета загрязнения атмосферы (версия 3.0). Эколог. НПО Ленинград. По методике ОНД-86. Руководство пользователя. – СПб., 2003. – 61 с.
54. *Юдин М. С.* Моделирование распространения атмосферных аэрозолей в малых масштабах / М. С. Юдин, К. Вильдероттер // Оптика атмосферы и океана. – 1999. – Т. 12. – № 6. – С. 519–522.

55. An application of a multiple point source atmospheric dispersion model / P. J. Comer [et al. ] // *Atmos. Environ.* – 1983. – V. 17, N 1. – P. 43–49.
56. *Barat V.* Atmospheric dispersion models // BARC. [Rept]. – 1994. – N P001. – 186 p.
57. *Beniston M.* Interactions between energy transformations and atmospheric phenomena. A survey of recent research [Text] / M. Beniston, R. Pielke // Reprinted from *Boundary-Layer Meteorology*. D. Reidel Publishing Company. Dordrecht Boston. – 1987. – V. 41, N 1–4. – 426 p.
58. *Borrego C. S.* Introduction of terrain roughness effects into a gaussian dispersion model / C. S. Borrego, M. S. Coutinho, M. J. Costa // *Sci. Total Environ.* – 1990. – V. 99, N 1–2. – P. 153–161.
59. *Bower J. S.* Polar isopleth diagrams: a new way of presenting wind and pollution data / J. S. Bower, E. J. Sullivan // *Atmos. Environ.* – 1981. – V. 15, N 4. – P. 537–540.
60. *Cagnetti P.* Two possible simplified diffusion models for very low wind-speed / P. Cagnetti, V. Ferrara // *Riv. meteorol. aeron.* – 1982. – V. 42, N 4. – P. 399–403.
61. *Decu E.* A study on air pollution / E. Decu, S. Lascu, D. Esanu // *Rev. roum. geol. geophys. et geogr. Geophys.* – 1983. – N 27. – P. 33–36.
62. *Dhar R.* Some aspects of stability in atmospheric dispersion problems / R. Dhar, D. K. Sinha // *J. Math. and Phys. Sci.* – 1992. – V. 26, N 1. – P. 91–104.
63. *Draxler R. R.* An improved Gaussian model for long-term average air concentration estimates // *Atmos. Environ.* – 1980. – V. 14, N 5. – P. 597–601.
64. *Eliassen A.* A review of long-range transport modelling // *J. Appl. Meteorol.* – 1980. – V. 19, N 3. – P. 231–240.
65. *Green A. E. S.* Analytic extensions of the Gaussian plume model / A. E. S. Green, R. P. Singhal, R. Venkateswar // *J. Air. Pollut. Contr. Assoc.* – 1980. – V. 30, N 7. – P. 773–776.
66. *Hanna S. R.* Review of atmospheric diffusion models for regulatory applications // *WWO Techn. Note.* – 1982. – N 177. – 42 p.
67. *Hesek F.* Air pollution model based on a nongaussian puff formula // *Contrib. Geophys. Inst. Slov. Acad. Sci.* – 1981(1982). – V. 4. – P. 109–121.
68. *Hesek F.* Calculation of air pollution in complex terrain // *Contrib. Geophys. Inst. Slov. Acad. Sci.* – 1991. – V. 11. – P. 87–98.
69. *Kaplan H.* A three-dimensional model for calculating the concentration distribution in inhomogeneous turbulence / H. Kaplan, N. Dinar // *Boundary-Layer Meteorol.* – 1993. – V. 62, N 1–4. – P. 217–245.
70. *Klett J. D.* Orientation model for particles in turbulence // *J. Atmos. Sci.* – 1995. – V. 52, N 12. – P. 2276–2285.
71. *Koch W.* A solution of the two-dimensional atmospheric diffusion equation with height-dependent diffusion coefficient including ground level absorption // *Atmos. Environ.* – 1989. – V. 23, N 8. – P. 1729–1732.
72. *Lamprecht R.* Modelling of air pollution dispersion with a Monte-Carlo diffusion model // *PSI Ber.* – 1994. – N 8. – P. 141–145.
73. *Lupini R.* A contribution to the problem of modelling the dispersion of pollutants in a time-varying, height – structured atmospheric boundary layer / R. Lupini, P. Malguzzi // *Atmos. Environ.* – 1981. – V. 15, № 3. – P. 363–369.
74. *Melli P.* Gaussian plume model parameters in groundlevel and elevated sources derived from the atmospheric diffusion equation in a neutral case / P. Melli, E. Runca // *J. Appl. Meteorol.* – 1979. – V. 18, N 9. – P. 1216–1221.

75. *Nieuwstadt F.* An analytic solution of the time-dependent, one-dimensional diffusion equation in the atmospheric boundary layer // *Atmos. Environ.* – 1980. – V. 14, N 12. – P. 1361–1364.
76. *Nieuwstadt F.* Atmospheric turbulence and air pollution modeling / F. Nieuwstadt, H. Van Dop // D. Reidel Publishing Company. Dordrecht. – Boston, 1981. – 358 p.
77. *Overcamp T. J.* Diffusion models for transient releases // *J. Appl. Meteorol.* – 1990. – V. 29, N 12. – P. 1307–1312.
78. *Physick W. L.* Review: mesoscale modelling in complex terrain // *Earth-Sci. Rev.* – 1998. – V. 25, N 3. – P. 199–235.
79. *Roberts O. F. T.* The theoretical scattering of smoke in a turbulent atmosphere // *Proc. Roy. Soc.* – 1923. – 104 A. – N 728. – P. 640–654.
80. *Romanof N.* Comparison of the Gaussian dispersion model to the measurements on SO<sub>2</sub> around a power station / N. Romanof, R. Sohmidt // *Метеорол. и гидрол. (СРР)*. – 1979 (1981). – N 2. – С. 33–36.
81. *Seppälä M.* Frequency isopleth diagram to illustrate wind observations // *Weather.* – 1977. – V. 32, N 5. – P. 171–175.
82. *Shuhuan Xie.* An application of pattern recognition in the study of atmospheric diffusion / Xie Shuhuan, Zhou Zhiying // *Beijing daxue xuebao. =Acta sci. natur. univ. pekinensis.* – 1994. – V. 30, N 1. – P. 30–39.
83. *Syrakov D.* On the time averaged distribution of concentration due to a point source / D. Syrakov, D. Yordanov, M. Kolarova // *Докл. Българ. АН.* – 1993. – N 5. – Т. 46. – С. 67–70.
84. *Tirabassi T.* A non-Gaussian model for evaluating ground level concentration by steady sources / T. Tirabassi, M. Tagliazucca, R. Lupini // *Environ. Syst. Anal. and Manag. Proc. IFIP WG 7.1 Work Conf., Rome, 28–30 Sept., Amsterdam.* – Amsterdam, 1981. – P. 627–635.
85. *Venegas L. E.* An urban air pollution model / L. E. Venegas, N. A. Mazzeo // *Energy and Build.* – 1991. – V. 16, N 1–2. – P. 705–709.
86. *Vilibic I.* Modified Gaussian plume model, k-transport and diffusion model efficiency in the same atmospheric conditions // *Geofizika (SFRJ).* – 1994. – V. 11. – P. 47–57.
87. *Zambakas J. D.* Simultaneous interpretation of wind speed and direction to study air pollution from smoke, at the national observatory of Athens, Greece / J. D. Zambakas, V. E. Angouridakis, S. R. Kotinis // *Z. Meteorol.* – 1982. – V. 32, N 6. – P. 369–371.
88. *Zib P.* Seasonal variability of the simple urban dispersion model // *J. Air Pollut. Contr. Assoc.* – 1980. – V. 30, N 1. – P. 35–37.
89. *Zuba G.* Schadstoffausbreitung in der Atmosphäre: Modellberechnungen in orographisch modifizierten Geländeformen // *Berg- und Huttenmann. Monatsh.* – 1991. – V. 136, N 9. – S. 342–347.

## Trends and Level of Problem Decision Atmospheric Pollution Assessment

A. V. Arguchintseva, V. K. Arguchintsev, S. Zh. Vologzhina

**Annotation.** The brief review of existing methods of modeling the transfer of anthropogenic impurities in the atmosphere is given. Considered: empirical-statistical approach;



the standard methods and Gauss plume model; a model based on analytical and numerical solutions of transfer equations and turbulent diffusion of impurities.

**Key words:** problem, modelling, pollution, atmosphere.

*Аргучинцева Алла Вячеславовна*

*доктор технических наук*

*Иркутский государственный университет*

*664003, Иркутск, ул. К. Маркса, 1*

*декан географического факультета*

*тел.: (395-2) 42-46-84*

*Аргучинцев Валерий Куприянович*

*доктор технических наук*

*Иркутский государственный университет*

*664003, Иркутск, ул. К. Маркса, 1*

*заведующий кафедрой метеорологии и  
охраны атмосферы*

*тел.: (395-2) 52-10-88*

*Вологжина Саяна Жамсарановна*

*аспирант*

*Иркутский государственный университет*

*664003, Иркутск, ул. К. Маркса, 1*

*тел.: (395-2) 52-10-72*