

УДК 621.86.067.2.5-83

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЗАПУСКУ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ

Д. В. Батраков, В. К. Титюк

Державний вищий навчальний заклад «Криворізький національний університет»

вул. XXII Партз'їзду, 11, м. Кривий Ріг, 50027, Україна. E-mail: batrakov83@mail.ru, dinalt2006@gmail.com

Найпоширенішим обладнанням, що застосовується для випуску гірської маси з блоків і рудозвальних виробок, є вібраційні живильники. Механічна частина вібраційного живильника є складною системою з пружними зв'язками, резонансні явища якої суттєво впливають на роботу його електроприводу. З'ясування природи формування моменту опору вібраційного живильника дозволить підвищити надійність його функціонування. При розробці математичної моделі вібраційного живильника було використано закони руху класичної механіки, теорію електричних машин, методи складання й чисельного вирішення систем диференціальних рівнянь. Виконано перевірку адекватності отриманих результатів. На основі аналізу кінематичної схеми виділено основні складові моменту опору вібромашини з інерційним дебалансним приводом, отримано залежності окремих складових та повного значення моменту опору електропривода вібраційного живильника від кутової швидкості. Розроблено математичну модель вібромашини з асинхронним електроприводом, уточнено характеристики процесу запуску вібромашини. Уперше розроблено математичну модель вібраційної машини з інерційним трьохвальним дебалансним приводом. Отримано залежність моменту опору вібраційної машини від її кутової швидкості. Уточнення уявлень про формування динамічних навантажень вібраційної машини дозволить підвищити надійність роботи обладнання й сприятиме підвищенню техніко-економічних показників процесів видобутку корисних копалин.

Ключові слова: вібраційний транспорт, дебалансний привод, резонанс, пружність опор, математична модель.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАПУСКА ЭЛЕКТРОПРИВОДА ВИБРАЦИОННОЙ МАШИНЫ

Д. В. Батраков, В. К. Тытюк

Государственное высшее учебное заведение «Криворожский национальный университет»

ул. XXII Партсъезда, 11, г. Кривой Рог, 50027, Украина. E-mail: batrakov83@mail.ru, dinalt2006@gmail.com

Самым распространенным оборудованием, применяемым для выпуска горной массы из блоков и рудосвальных выработок, являются вибрационные питатели. Механическая часть вибрационного питателя представляет собой сложную систему с упругими связями, резонансные явления которой существенно влияют на работу его электропривода. Выяснение природы формирования момента сопротивления вибрационного питателя позволит повысить надежность его функционирования. При разработке математической модели вибрационного питателя были использованы законы движения классической механики, теории электрических машин, методы составления и численного решения систем дифференциальных уравнений. Выполнена проверка адекватности полученных результатов. На основе анализа кинематической схемы выделены основные составляющие момента сопротивления вибромашины с инерционным дебалансным приводом, получены зависимости отдельных составляющих и полного значения момента сопротивления электропривода вибрационного питателя от угловой скорости. Разработана математическая модель вибромашины с асинхронным электроприводом, уточнены характеристики процесса запуска вибромашины. Впервые разработана математическая модель вибрационной машины с инерционным трехвальным дебалансным приводом. Получена зависимость момента сопротивления вибрационной машины от ее угловой скорости. Уточнение представлений о формировании динамических нагрузок вибрационной машины позволит повысить надежность работы оборудования и способствовать повышению технико-экономических показателей процессов добычи полезных ископаемых.

Ключевые слова: вибрационный транспорт, дебалансний привод, резонанс, упругость опор, математическая модель.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Більшість гірничих машин і механізмів, задіяних при підземній розробці руди, в тому числі при видобутку й транспортуванні гірничої маси, оснащено нерегульованим електроприводом з асинхронним електродвигуном. Асинхронний електродвигун із короткозамкненим ротором, у зв'язку з конструктивною простотою й високими енергетичними показниками, набув широкого поширення в багатьох галузях промисловості й застосовується в більшості нерегульованих електроприводів підземних гірничих транспортних машин – конвеєрах, вібраційних живильниках, скреперах та ін. [1–4].

З метою поліпшення якості очисних робіт широко застосовуються вібраційні живильники для випуску гірської маси з блоків і рудозвальних виробок і доставки її в межах очисного забою. Важливими недоліками усіх типів віброживильників є відсутність можливості регулювання параметрів роботи, плавності запуску й зупинки приводу, низька надійність системи електропривода [2, 5].

Режим роботи вібраційної транспортувальної машини (ВТМ) характеризується безперервною зміною навантаження на вантажонесучому органі, частими процесами пуску й гальмування приводу. У

процесі пуску двигуна розвиваються знакозмінні електромагнітні перехідні моменти, які призводять до збільшення рівня динамічного навантаження електроприводу й викликають удари та деформації в елементах редуктора-вібратора й віброживильника з їх інтенсивним зносом і поломками, в результаті чого знижується надійність і ресурс як електроприводу, так і механічної частини ВТМ. Виникаючи при пуску асинхронного електродвигуна пускові перехідні струми є основною причиною прискореного зносу й пошкодження ізоляції обмотки статора електродвигунів унаслідок значних електродинамічних та електромеханічних зусиль, а також інтенсивного термічного старіння.

Аналіз пускових режимів електропривода ВТМ з направленим рухом коливань та їх впливу на електродвигун показав, що збільшення надійності системи та її продуктивності можливе за умови розробки якісної математичної моделі системи «електропривод-вібраційна машина з направленим рухом коливань» (ЕП-ВМ), що зумовлює актуальність цієї роботи.

Метою дослідження є розробка математичної моделі системи «електропривод-вібраційна машина з направленим рухом коливань» та обґрунтування її адекватності.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Питання розрахунку й математичного моделювання механічних, статичних і динамічних характеристик асинхронних електродвигунів (АД) та основних типів промислових механізмів широко розглянуто в роботах авторів [6, 7]. Різноманітні промислові механізми володіють різними механічними властивостями, тобто мають різні механічні характеристики. Характеристики моменту опору системи електропривода (ЕП) можна класифікувати на наступні основні категорії: момент опору, що не залежить від кутової швидкості приводу, лінійно та нелінійно зростаючі та спадаючі механічні характеристики статичного моменту, механічні характеристики циклічного типу.

Проте, як зазначалося в роботах [8, 9], потужність, що витрачається ЕД вібромашини (ВМ) з інерційним дебалансним приводом і направленим рухом коливань, має складний екстремальний («перекидний») характер та залежить від багатьох конструктивних і технологічних чинників, що визначають режим та параметри роботи віброустановки.

Проведений аналіз досліджень і публікацій показує, що для побудови й математичного моделювання спрощеної математичної моделі системи «ЕП-ВТМ з направленим рухом коливань» для дослідження пускових режимів електропривода необхідне врахування усіх зазначених чинників і комплексний розгляд математичних моделей та методів дослідження асинхронного електропривода в перехідних режимах з урахуванням моменту опору електроприводу вібромашини.

Рух електроприводу обумовлений взаємодією моменту, що розвивається двигуном, і моментом опору, причому момент опору, залежно від його характеру, може як сприяти, так і перешкоджати руху. При цьому ЕП може працювати в різних режи-

мах: сталому (статичному) з постійною швидкістю або в динамічному (перехідному) режимі, якому відповідає стан запуску, прискорення або уповільнення приводу. Будь-яке порушення сталої швидкості ЕП супроводжується зміною запасу кінетичної енергії в системі «двигун-робоча машина», що впливає на параметри роботи електродвигуна, викликаючи зміну моменту, потужності, частоти обертання.

Дослідження характеру руху приводу або його окремих органів може бути здійснено за допомогою рівняння руху ЕП, яке враховує взаємодію всіх зусиль і моментів у системі в будь-який момент часу [6]. Рівняння руху ЕП:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_d - M_c, \quad (1)$$

де J – момент інерції системи, кгм^2 ; M_d – обертовий момент електродвигуна, Нм ; M_c – момент опору електропривода, що створюється навантаженням (робочою машиною), Нм ; ω – кутова швидкість приводу, рад/с .

Рівняння руху дозволяє вирішувати основні завдання системи ЕП. Перше – аналіз системи ЕП, яке полягає у визначенні характеру руху приводу при відомих моментах двигуна й опору. Друге завдання – синтез системи ЕП, що дозволяє визначити необхідний закон зміни моменту двигуна, який забезпечує роботу ЕП відповідно до заданого закону зміни прискорення або швидкості. Таким чином, при вирішенні завдань дослідження роботи ЕП або його проектування важливим є знання механічних властивостей його основних ланок – приводного двигуна й робочого механізму (вібраційної машини) – обертового моменту двигуна M_d та приведенного моменту опору електропривода M_c .

Основою для математичного дослідження електромеханічних перехідних процесів є математична модель асинхронного електроприводу, що складається з диференціальних рівнянь електричної та механічної рівноваги, а також рівняння перетворення електромагнітної енергії в механічну.

При цьому для запису диференціальних рівнянь асинхронної машини найбільш зручно використовувати метод узагальнених просторових векторів.

Диференціальні рівняння, що описують асинхронний електродвигун, мають вигляд [7]:

$$\begin{aligned} u_{su} &= R_s i_{su} + \frac{d\psi_{su}}{dt} - \omega_k \psi_{sv}; \\ u_{sv} &= R_s i_{sv} + \frac{d\psi_{sv}}{dt} + \omega_k \psi_{su}; \\ 0 &= R_r i_{ru} + \frac{d\psi_{ru}}{dt} - (\omega_k - \omega_{el}) \psi_{rv}; \\ 0 &= R_r i_{rv} + \frac{d\psi_{rv}}{dt} + (\omega_k - \omega_{el}) \psi_{ru}; \\ M_{em} &= \frac{3}{2} p_n L_m (i_{sv} i_{ru} - i_{su} i_{rv}); \\ \frac{J}{p_n} \frac{d\omega_{el}}{dt} &= M_{em} - M_c, \end{aligned} \quad (2)$$

де ψ_{su} , ψ_{sv} , ψ_{ru} , ψ_{rv} – складові потокозчеплення

обмоток, відповідно, статора й ротора по осях u, v , які довільно обертаються в просторі з кутовою швидкістю ω_k ; u_{su}, u_{sv} – складові напруг статора і ротора; $i_{su}, i_{sv}, i_{ru}, i_{rv}$ – складові струмів статора і ротора.

Складові потокозчеплення статора і ротора по осях u, v визначаються з наступних співвідношень:

$$\begin{aligned} \psi_{su} &= (L_{\sigma s} + L_m)i_{su} + L_m i_{ru}; \\ \psi_{sv} &= (L_{\sigma s} + L_m)i_{sv} + L_m i_{rv}; \\ \psi_{ru} &= L_m i_{su} + (L_{\sigma r} + L_m)i_{ru}; \\ \psi_{rv} &= L_m i_{sv} + (L_{\sigma r} + L_m)i_{rv}, \end{aligned} \quad (3)$$

де $L_{\sigma s}, L_{\sigma r}$ – індуктивності розсіювання обмоток статора й ротора; L_m – взаємна індуктивність обмоток статора й ротора.

Механічна характеристика виробничого механізму в досить загальному випадку може бути задана рівнянням виду

$$M_c = f(\omega). \quad (4)$$

Момент опору M_c – це момент, створюваний робочою машиною, який долає ЕД.

Потужність, що надається ЕД ВМ [8], складається з потужності, розсіяної в пружних зв'язках N_{nz} , потужності, затрачуваної на подолання сил тертя в механізмі приводу (підшипників кочення вібратора) N_{nt} , і потужності, необхідної для переміщення матеріалу, що транспортується, тобто

$$N_{\Sigma} = N_{nz} + N_{nt} + N_n. \quad (5)$$

Основним джерелом максимальних енергетичних витрат ВМ є енергія, що йде на подолання опорів у пружних зв'язках системи, особливо при роботі установки в резонансному режимі та при проходженні її через зону резонансу. Для визначення даної потужності розглянемо визначення енергії та потужності, що витрачається на подолання опорів у пружних зв'язках. На початку математичного моделювання динаміки одномасної вібраційної транспортуючої машини (ВТМ) з інерційним дебалансним приводом побудуємо її розрахункову схему, яка відображає принципові геометричні, кінематичні та динамічні особливості конструкції. При цьому враховується принципова схема машини, яка повинна включати всі основні елементи конструкції. Розрахункова схема включає наведену динамічну жорсткість основних пружних зв'язків ВМ C , динамічні й кінематичні параметри її приводу: ексцентриситет r , наведену жорсткість приводних пружних зв'язків C_0 . Внутрішні опори в матеріалі пружних зв'язків, що мають у разі застосування гумових деталей в'язкий характер, враховуються коефіцієнтом μ . Наведені динамічні жорсткості визначаються на підставі загальних правил розрахунку та приведення жорсткостей.

Динамічна розрахункова схема одномасної ВМ з пружним приводом у теорії коливань називається осцилятором. Осцилятор володіє одним ступенем свободи відповідно до узагальненої координати x , яка описує рух системи в напрямку робочих коливань. До такої розрахункової схеми можуть приводитись одномасні ВМ з направленим рухом ванта-

жонесучого органу (ВО), завдяки чому осцилятор є органічною складовою частиною їх розрахункової схеми.

Скориставшись методом Даламбера, складемо рівняння руху лінійного осцилятора, що знаходиться під впливом збуджуючої сили $F(t)$:

$$m\ddot{x} = -S + F(t), \quad (6)$$

де S – пружно-в'язка сила, що діє на масу m з боку пружних зв'язків.

Частина технологічного навантаження, що переміщується разом з лотком (приєднана маса), враховується коефіцієнтом $\lambda = 0,1-0,4$ [9]. Приведена маса ВО визначається:

$$m = m_z + \lambda m_m, \quad (7)$$

де m_z – маса ВО з урахуванням приєднаних мас пружних зв'язків, стійок, підвісок та інших елементів машини, кг; m_m – маса всього матеріалу, що знаходиться на ВО, кг.

Фізично процес внутрішнього тертя в матеріалі пружних зв'язків характеризується тим, що на діаграмі «напруга – деформація» криві навантаження й розвантаження матеріалу не збігаються, утворюючи петлю гістерезису. Площа цієї петлі гістерезису пропорційна кількості енергії, яка розсіюється у вигляді тепла за розглянутий цикл деформації. Енергія, що накопичується в пружних зв'язках при багаторазовій циклічній деформації, призводить до їх нагрівання до сталої температури, відповідної тепловому балансу між енергією, яка утворюється в матеріалі, і енергією, що розсіюється в навколишнє середовище.

Як основну кількісну міру внутрішніх опорів можна прийняти так званий коефіцієнт поглинання

$$v, v = \frac{\Delta W}{W} = 0,3 \text{ для гуми амортизаційної, що кількісно дорівнює відношенню } \Delta W \text{ енергії, необоротно поглиненої тілом за один цикл деформації, до всієї потенційної енергії } W, \text{ яка відповідає амплітуді деформації за той же цикл. Крім залежності від властивостей матеріалу, внутрішні опори істотно залежать від режиму деформації пружного зв'язку – амплітуди й частоти. Урахування внутрішніх опорів при коливаннях пружних систем за допомогою коефіцієнта } \mu \text{ і урахування цих опорів за допомогою декременту загасання принципово не відрізняються, оскільки декремент загасання } \delta \text{ і коефіцієнт } \mu \text{ пов'язані співвідношенням } \mu = \frac{v}{2\pi\omega} = \frac{2\delta}{2\pi\omega} = \frac{\delta}{\pi\omega}. \text{ Вважаючи, що внутрішні опори в матеріалі пружних зв'язків підкорюються гіпотезі в'язкого тертя, пружно-в'язка сила в основних пружних зв'язках при зсуві центру тяжіння } O \text{ маси } m \text{ (рис. 1) на величину } x \text{ визначиться виразом}$$

$$S = C(x + \mu\dot{x}). \quad (8)$$

Підставляючи (8) у рівняння (6), отримуємо неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку, що описує рух лінійного осцилятора:

$$m\ddot{x} + \mu C\dot{x} + Cx = F(t) \quad (9)$$

або

$$\ddot{x} + \mu p_1^2 \dot{x} + p_1^2 x = \frac{1}{m} F(t). \quad (10)$$

Рівняння (9), (10) є основними рівняннями для розрахунку й аналізу одномасних ВМ з направленим рухом ВО. Вираз збурюючої сили $F(t)$ залежить від типу приводу, встановленого на ВМ. Динамічна розрахункова схема ВМ з інерційним дебалансним приводом (рис. 1) та направленими коливаннями складається з лінійного осцилятора й приводу, що має три дебалансних вібратора – два на крайніх валах загальною масою $1/2m_0$ і один на головному середньому валу масою $1/2m_0$. Кожний дебаланс розташований на відстані r від осі обертання.

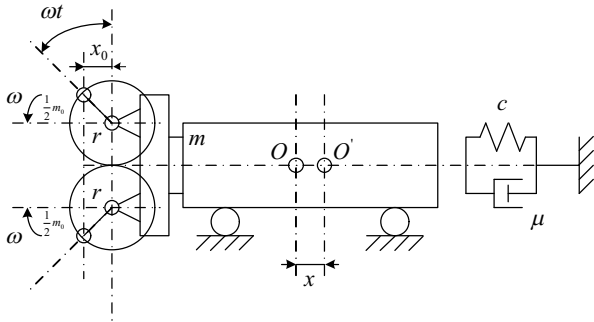


Рисунок 1 – Розрахункова схема одномасної ВМ з інерційним приводом та направленим рухом ВО

Збурюючі сили діють у напрямі робочих коливань машини, врівноважуючись у напрямку, нормальному до робочого. Сила, що розвивається приводом при нерухомій (не обуреній) системі:

$$F_0(t) = -m_0 \ddot{x}_0, \quad (11)$$

де проекція на вісь x переміщення дебалансних мас при незбуреній системі

$$x_0 = r \sin \omega t. \quad (12)$$

Під дією приводу центр ваги маси m зміщується на величину x , набуваючи прискорення \ddot{x} , завдяки чому збурююча сила, що діє на осцилятор, складе:

$$F(t) = -m_0(\ddot{x}_0 + \ddot{x}), \quad (13)$$

або, після підстановки x_0 з рівняння (10), отримуємо:

$$F(t) = m_0(r\omega^2 \sin \omega t - \ddot{x}). \quad (14)$$

Підставивши в диференціальне рівняння руху осцилятора (9) значення $F(t)$ з виразу (14), отримуємо диференціальне рівняння, що описує рух ВМ з інерційним самобалансним приводом:

$$(m + m_0) \ddot{x} + \mu C \dot{x} + Cx = m_0 r \omega^2 \sin \omega t. \quad (15)$$

Частинний розв'язок (16), що відповідає сталим коливанням системи, має вигляд

$$x = A \sin(\omega t - \varphi), \quad (16)$$

де амплітуда вимушених коливань системи

$$A = \frac{m_0 r \omega^2}{\sqrt{\mu^2 C^2 \omega^2 + (C - m\omega^2 - m_0\omega^2)^2}}, \quad (17)$$

а кут зсуву фаз між переміщенням x і зміщенням дебалансів приводу x_0

$$\varphi = \arctg \frac{\mu C \omega}{C - m\omega^2 - m_0\omega^2}. \quad (18)$$

Для оцінки збурюючої сили приводу підставимо (17) у вираз (15) і отримуємо

$$F(t) = P \sin(\omega t - \psi), \quad (19)$$

де амплітуда збурюючої сили приводу

$$P = m_0 r \omega^2 \sqrt{\frac{\mu^2 C^2 \omega^2 + (C - m\omega^2)^2}{\mu^2 C^2 \omega^2 + (C - m\omega^2 - m_0\omega^2)^2}} \quad (20)$$

і кут зсуву фаз між зсувом дебалансів приводу x_0 і збурюючою силою $F(t)$

$$\psi = \arctg \frac{m_0 \mu C \omega^3}{\mu^2 C^2 \omega^2 + (C - m\omega^2)(C - m\omega^2 - m_0\omega^2)}. \quad (21)$$

Для визначення енергії, що надається збурюючою силою та розсіюється за один цикл коливань у розглянутій системі з інерційним приводом, розраховуємо петлю гістерезису. Підставляючи у вираз для сили в пружному зв'язку S значення x з рівняння (13), отримуємо

$$S = Cx + C\mu \dot{x} = CA \sin(\omega t - \varphi) + \mu CA \cos(\omega t - \varphi). \quad (22)$$

Виключаючи час t з рівнянь (13) і (22), маємо

$$\ddot{S} = Cx \pm \mu CA \omega \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}. \quad (23)$$

Рівняння (23) описує еліптичну петлю гістерезису. Напіввісі еліпсу, виміряні в напрямі координатних осей, складають A і $\mu CA \omega$. Площа петлі гістерезису становить

$$W_{i\varphi} = \int_{-r}^r \bar{S} dx - \int_{-r}^r S dx = C \left[\int_{-r}^r \left(x + \mu A \omega \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \right) dx - \int_{-r}^r \left(x - \mu A \omega \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \right) dx \right], \quad (24)$$

і після підстановки (17) у рівняння (24) маємо:

$$W_{nz} = \frac{\pi \mu C m_0^2 r^2 \omega^5}{\mu^2 C^2 \omega^2 + (C - m\omega^2 - m_0\omega^2)^2}. \quad (25)$$

Відповідно потужність, що витрачається на подолання опорів у пружних зв'язках:

$$N_{nz} = \frac{W_{nz}}{T} = \frac{\mu C m_0^2 r^2 \omega^6}{2(\mu^2 C^2 \omega^2 + (C - m\omega^2 - m_0\omega^2)^2)}. \quad (26)$$

Реактивний момент опору навантаження ЕП від втрат у пружних зв'язках:

$$M_{i\varphi} = \frac{N_{i\varphi}}{\omega} = \frac{\mu C m_0^2 r^2 \omega^5}{2(\mu^2 C^2 \omega^2 + (C - m\omega^2 - m_0\omega^2)^2)}. \quad (27)$$

При обертанні деталей підшипників кочення в місцях контактів завжди виникає тертя [10]. Аналіз кінематики й динаміки підшипників кочення показує, що в підшипниках існує як тертя кочення, так і тертя ковзання. Кожна складова загальних втрат на тертя складним чином залежить від умов експлуатації (частоти обертання, навантаження, температурного режиму й мастила) та конструктивного виконання, що визначає контактні взаємодії. На практиці

втрати на тертя в підшипниках кочення характеризуються моментом тертя M_{mp} , еквівалентним моменту обертання для подолання опору обертанню за даними експлуатаційними умовами, викликаного загальними втратами на тертя (тертя кочення, ковзання, а також тертя в змащувальному шарі). Момент тертя в підшипниках залежить від багатьох фактів і насамперед від навантаження, частоти обертання, мастила, конструктивних особливостей, класу точності підшипника та ін. При рекомендованих умовах експлуатації, коли результуюче навантаження не перевищує 10–20 % динамічної вантажопідйомності, момент тертя може бути орієнтовно визначений за виразом $M_{mp} = f_{mp}Pd/2$, де f_{mp} – приведений коефіцієнт тертя; P – результуюче навантаження на підшипник ($P = \sqrt{F_r^2 + F_a^2}$); d – діаметр отвору в підшипнику. З урахуванням типу підшипника й умов експлуатації наведений коефіцієнт тертя може приймати значення $f_{mp} = 0,001–0,02$ (для роликопідшипників дворядних сферичних із бочкоподібними роликами $f_{mp} = 0,004$).

Надійність роботи й довговічність вібраційного живильника значною мірою визначається терміном служби підшипникових вузлів вібратора. У зв'язку із цим одним з найважливіших елементів розрахунку є визначення навантажень на підшипники вібратора.

При обертанні трьох валів вібратора дебаланси вібратора створюють обертову відцентрову силу: на середньому валу – $\frac{m_0 r \omega^2}{2}$, на крайніх валах – $\frac{m_0 r \omega^2}{4}$. Унаслідок того, що дебаланси вібратора, з'єднані шестернями, обертаються з однаковою швидкістю в протилежні сторони, нерухомий вібратор створює прямолінійну збурюючу силу $m r \omega^2 \sin(\omega t)$.

Розділивши всі члени рівняння (15) на коефіцієнт при вищій похідній ($m + m_0$), приведемо його до виду, зручного для розрахунку:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + p^2 x = q r \omega^2 \sin(\omega t), \quad (28)$$

де $q = \frac{m_0}{m + m_0}$ – співвідношення обертових і загальної мас коливної системи; n – приведений коефіцієнт в'язких опорів пружної системи, $2n = \frac{\mu C}{m + m_0}$;

$p = \sqrt{\frac{C}{m + m_0}}$ – власна частота коливань гармонічного осцилятора.

При нерухомій коливальній системі на підшипники вібратора діє сумарний тиск

$$F_{n0} = m_0 r \omega^2 - m_0 g. \quad (29)$$

У виразі (30) можна знехтувати силами тяжіння дебалансу $m_0 g$ унаслідок їх малості порівняно з діючими відцентровими силами $m_0 r \omega^2$.

У режимі сталих коливань унаслідок того, що ва-

нтажонесучий орган переміщується з прискоренням \ddot{x} , сила тиску на підшипники вібратора дорівнює

$$F_{ns} = m_0 (r \omega^2 - \ddot{x} \sin \omega t). \quad (30)$$

Підставивши у вираз (30) значення прискорення \ddot{x} коливань гармонічного осцилятора, отримаємо навантаження на підшипники вібратора

$$F_{ns} = m_0 r \omega^2 \left[1 + \frac{q \omega^2 (p^2 - \omega^2)}{4n^2 \omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2} \sin^2 \omega t - \frac{q n \omega^3}{4n^2 \omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2} \sin 2\omega t \right]. \quad (31)$$

Робота, що витрачається за один оборот на подолання сил тертя в підшипниках вібратора:

$$W_{ns} = \int_0^{2\pi} f_{mp} F_n \frac{D}{2} d\omega t, \quad (32)$$

де f_{mp} – приведений коефіцієнт тертя в підшипниках вібратора; D – діаметр бігової доріжки підшипників вібратора, м.

Підставивши в цей вираз значення F_{ns} з (27) і виконавши інтегрування, отримуємо

$$W_{ns} = 2\pi \mu s m_0 r^2 \omega^2 \left[1 + \frac{q \omega^2 (p^2 - \omega^2)}{2 [4n^2 \omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2]} \right]. \quad (33)$$

Потужність, що витрачається на подолання сил тертя в підшипниках вібратора, дорівнює

$$N_{ns} = \frac{W_{ns}}{T} = \eta s m r^2 \omega^3 \times \left[1 + \frac{q \omega^2 (p^2 - \omega^2)}{2 [4n^2 \omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2]} \right], \quad (34)$$

де $s = \frac{D}{2r}$ – співвідношення діаметра бігової доріжки підшипника й ексцентриситету обертових частин вібратора.

Тоді значення реактивного моменту опору навантаження електропривода від втрат у підшипниках вібратора:

$$M_{ns} = \frac{N_{ns}}{\omega} = \eta s m r^2 \omega^2 \times \left[1 + \frac{q \omega^2 (p^2 - \omega^2)}{2 [4n^2 \omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2]} \right]. \quad (35)$$

Миттєве значення активного моменту опору дебалансу центрального валу трьохвального вібратора в будь-який момент часу $M_{деб.ц} = \frac{m_0}{2} r g \sin(\omega t)$, тоді як активний момент опору дебалансів крайніх валів трьохвального вібратора $M_{деб.к} = \frac{m_0}{4} r g \sin(\omega t)$. Тоді сумарне миттєве значення активного моменту опору трьохвального вібратора, приведене до валу електро-

двигуна, враховуючи ККД передачі вібратора $\eta_{н.в.}$ та передатне відношення редуктора i , матиме вигляд:

$$M_n(t) = \frac{m_0}{2} rg \sin(\omega t) + \frac{m_0}{2i\eta_n} rg \sin(\omega t). \quad (36)$$

Визначаємо діюче значення активного моменту опору трюхвального вібратора, приведене до валу електродвигуна, за виразом

$$M_n = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T M_n(t) dt} = \frac{m_0 rg}{2\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{i\eta_n} \right), \text{ Нм.} \quad (37)$$

Значення потужності, необхідної для переміщення матеріалу, визначимо за виразом

$$N_n = M_n \omega = \frac{m_0 rg \omega}{2\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{i\eta_n} \right), \text{ Вт.} \quad (38)$$

Таким чином, приведений статичний момент опору ЕП ВМ з інерційним дебалансним приводом та направленим рухом коливаль

$$M_{C\Sigma} = M_{nz} + M_{nv} + M_n, \text{ Нм} \quad (39)$$

після підстановки отриманих залежностей (27), (35), (37) отримуємо залежність від кутової швидкості приведеного до валу двигуна статичного моменту опору ЕП ВМ:

$$M_{C\Sigma} = \frac{\mu C m_0^2 r^2 \omega^5}{2 \left(\mu^2 C^2 \omega^2 + (C - m\omega^2 - m_0 \omega^2)^2 \right)} + \eta smr^2 \omega^2 \left[1 + \frac{q\omega^2 (p^2 - \omega^2)}{2 \left[4n^2 \omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2 \right]} \right] + \frac{m_0 rg}{2\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{i\eta_n} \right). \quad (40)$$

Ця залежність визначає механічну характеристику вібраційної машини, її залежність від вагових, геометричних і реологічних характеристик вібраційної машини.

Реалізацію цієї залежності було виконано у програмі Matlab/Simulink, використовуючи блок User-Defined Functions/Matlab Function. Реалізація виразу (40) виконано у вигляді функції на m-мові програмування. Розрахунки статичного моменту опору ЕП ВМ та аналіз процесу запуску ВМ виконано для наведених нижче параметрів електромеханічного обладнання.

Параметри приводного асинхронного електродвигуна з короткозамкненим ротором наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Технічні параметри асинхронного двигуна 4АМУ160М6

Потужність, кВт	Ковзання, %	Частота обертання, об/хв.	ККД, %	cosφ	Номинальний струм статора при U _н =380 В, А	M _{макс} /M _н	M _{пуск} /M _н	M _{мін} /M _н	I _{пуск} /I _н
15	3,7	1000	88,5	0,85	30	2,7	2,0	1,6	6,0

Вихідні динамічні параметри приводу ВМ – вібролюка 1АШЛ: осцилятор з приведеної масою $m = 5152$ кг; приведена жорсткість основних пружних зв'язків $C = 3508 \cdot 10^3$ Н/м; в'язкість основних пружних зв'язків $\mu = 0,68 \cdot 10^{-3}$ с при номінальній частоті $\omega = 93,724 \text{ с}^{-1}$; ексцентриситет дебалансів $r = 0,087$ м; маса дебалансів $m_0 = 135,9$ кг; маса ВО $m_e = 1500$ кг; маса всього матеріалу, що знаходиться на ВО, $m_m = 10060$ кг; коефіцієнт приєднаної маси матеріалу для руди $\lambda = 0,363$; приєднана маса матеріалу $m_{np} = 3652$ кг.

Математична модель системи ЕП–ВМ при моделюванні за допомогою математичного пакету

MATLAB наведена на рис. 2.

Текст програми, що реалізує роботи блока обчислення моменту навантаження віброживильника ТЛ, оформлену на m-мові програмування, наведено на рис. 3.

Блок обчислення статичного моменту навантаження має один вхід – кутову швидкість та один вихід – обчислений за виразом (40) момент навантаження.

Результати математичного моделювання процесу прямого запуску ВМ зображено на рис. 4. Зображено залежності статичного моменту опору, струму статора, кутової швидкості ротора та електромагнітний момент у часі.

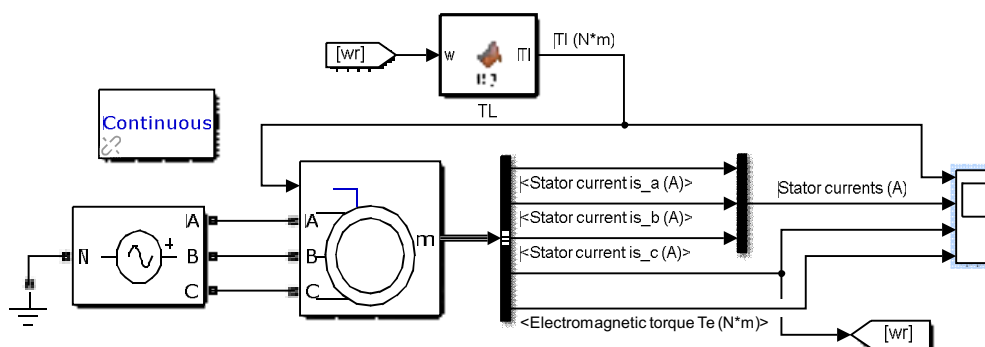


Рисунок 2 – Математична модель системи ЕП–ВМ

```

1  Function t1 = t13(w)
2  m1 = 1500; % Маса жовка, кг
3  lambda = 0.355; % коефіцієнт пружності жовка
4  c=3506410^3;
5  mju=3*0.68*10^-3;
6  z = 0.097; % Відносне зважене розвантаження
7  m0=155.9; % Маса осей робочого
8  m = 5000; % Маса матеріала на вантажі, кг
9  r = z1 + m*lambda; % Маса горизонтального зв'язу
10 kppa = 0.004; % Статичний коефіцієнт моменту опору
11 S=0.402;
12 q=K0/(m*a0);
13 P=sqrt(C/(m*a0));
14 m=mu*C/(2*(m*a0));
15 kppat = 0.96;
16 l=1;
17 g = 9.81;
18 t11 = mju*C*m0^2*r^2*w^5/(2*(mju*C^2*w^2+(0-mju^2-m0^2)*z1));
19 t12 = kppa*2*m0^2*r^2*w^2*(1+z*w^2*(P^2-w^2)/(2*(4*m^2*w^2+(P^2-w^2)^2)));
20 t13 = m0*c*g*(1+1/(1*kppat))/2,8252;
21 t1 = t11 + t12 + t13;
    
```

Рисунок 3 – Вихідний текст програми, що реалізує розрахунок моменту опору віброживильника

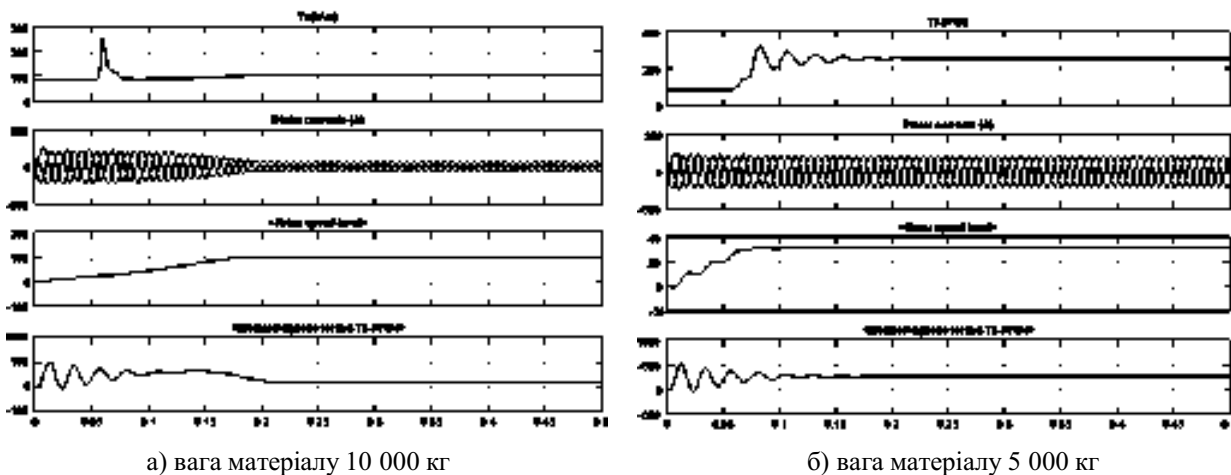


Рисунок 4 – Перехідні процеси в системі ЕП–ВМ при прямому пуску

Отримані графіки співпадають із загальними теоретичними уявленнями про роботу ВМ, дозволяють обчислити пікове значення моменту опору при резонансній частоті обертання та дозволяють дослідити ефект Зомерфельда, що виникає при зменшенні навантаження ВМ, рис. 4,б.

Отриманий для статичного моменту опору ВМ вираз у вигляді рівняння (40) дозволяє більш точно сформулювати закон Костенко для спільного регулювання напруги та частоти стосовно електроприводу ВМ з його специфічною формою залежності моменту опору від кутової швидкості.

ВИСНОВКИ. Момент опору електроприводу вібромашини з інерційним дебалансним приводом та направленим рухом коливань складається з реактивного моменту опору навантаження від втрат у пружних зв'язках, моменту, що витрачається на подо-

лання сил тертя в механізмі приводу (підшипників кочення вібратора) і моменту опору, який необхідний для переміщення матеріалу, що транспортується. У даній роботі отримано залежності всіх зазначених складових моменту опору електропривода вібраційного живильника з трьохвалним вібратором та направленим рухом коливань; отримана залежність від кутової швидкості приведенного до валу двигуна статичного моменту опору ЕП ВМ. Розроблено математичну модель асинхронного електропривода вібраційного живильника, встановлена відповідність розробленої моделі загальним теоретичним уявленнями. Встановлені залежності можуть використовуватись при аналізі системи ЕП–ВМ з регульованим електроприводом та синтезі формулювання закону Костенка частотного регулювання електропривода вібраційного живильника.

ЛІТЕРАТУРА

1. Чернокур В.Р., Шкребко Г.С., Шелегеда В.И. Добыча руд с подэтажным обрушением. – М.: Недра, 1992. – 271 с.
2. Потураев В.Н. Элементы конструкций вибрационных транспортно-технологических машин. – К.: Наукова думка, 1984. – 287 с.
3. Спиваковский А.О. Транспорт в горном деле. – М.: Наука, 1985. – 127 с.
4. Гаврилов П.Д. Автоматизированный электропривод горных и транспортных машин. – Кемерово: Кузбас. политехн. ин-т, 1976. – 68 с.
5. Гончаревич И.Ф. Вибротехника в горном производстве. – М.: Недра, 1992. – 317 с.
6. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высшая школа,

2001. – 327 с.

7. Чорний О.П., Толочко О.І., Титюк В.К. и др. Математичні моделі та особливості чисельних розрахунків динаміки електроприводів з асинхронними двигунами: монографія. – Кременчук: ПП Щербатих О.В, 2016. – 302 с.
8. Учитель А.Д., Гушин В.В. Вибрационный выпуск горной массы. – М.: Недра, 1981. – 232 с.
9. Батраков Д.В. Применение вибрационных питателей для выпуска руды в условиях железорудных шахт криворожского бассейна // Вісник Криворізького національного університету. – Кривий Ріг. – 2013. – Вип. 34. – С. 104–108.
10. Гармаш Н.И., Новак С.Б., Савицкий В.Е., Савицкий Е.В. Подшипники скольжения и качения. – Кривой Рог, 2003. – 447 с.

MATHEMATICAL MODELING PROCESS OF STARTING OF ELECTRIC DRIVE OF VIBRATION FEEDER

D. Batrakov, V. Tytyuk

State Institution of Higher Education "Kryvyi Rih National University"

vul. XXII Partyzyzdu, 11, Kryvyi Rih, 50027, Ukraine. E-mail: batrakov83@mail.ru, dinalt2006@gmail.com

Purpose. The most common equipment used for the ore transportation in mining are vibrating feeders. Mechanical part of the vibration feeder is a complex system with elastic coupling, which resonance phenomena significantly affect his drive. Clarification of the nature of the formation of the vibrating feeder load torque will increase the reliability of its operation. **Methodology.** When developing the mathematical model of vibrating feeder, we used the laws of motion of classical mechanics, the theory of electrical machines, and methods for the numerical solution of differential equations. Adequacy of the results is done. **Results.** The analysis of kinematic scheme highlights the main components of load torque for vibrating feeder with debalance drive, obtained dependencies on individual components and complete value of load torque for vibrating feeder electric drive. The mathematical model of vibrating feeder driven by induction motor obtained, clarified characteristics of launching process of vibrating feeder. **Originality.** At first time obtained mathematical model of vibrating feeder with three-axes inertial debalance drive. The dependence of the load torque of the vibration machine from its angular velocity obtained. **Practical value.** Clarification of the nature on dynamic forces in vibrating feeder construction will increase the reliability of the equipment and will improve technical and economic indices of mining processes. References 10, table 1, figures 4.

Key words: vibration feeder, inertial debalance drive, resonance, elasticity supports, mathematical model.

REFERENCES

1. Chernokur, V.R., Shkrebko, G.S. and Shelegheda, V.I. (1992), *Dobycha rud s podetazhnym obrusheniym* [Extraction of ore with sublevel caving], Nedra, Moscow. (in Russian)
2. Poturayeva, V.N (1984), *Elementy konstruksiy vibratsionnykh transportno-tekhnologicheskikh mashin* [Construction elements vibrating transport and technological machines], Naukova dumka, Kiev. (in Russian)
3. Spivakovskiy, A.O. (1985), *Transport v gornom dele* [Vehicles in mining], Nauka, Moscow. (in Russian)
4. Gavrilov, P.D. (1976), *Avtomatizirovannyi elektroprivod gornyykh i transportnykh mashin* [Automatic electric mining and transport machines], Kuzbas. politekh. in-t, Kemerovo. (in Russian)
5. Goncharevich, I.F. (1992), *Vibrotekhnika v gornom proizvodstve* [Vibrotechnics in mining], Nedra, Moscow. (in Russian)
6. Kopylov, I.P. (2001), *Matematicheskoye modelirovaniye elektricheskikh mashin* [Mathematical modeling of electrical machines], Vysshaya shkola, Moscow. (in Russian)

7. Chorniy, O.P., Tolochko, O.I., Tytyuk, V.K. et al. (2016), *Matematychni modeli ta osoblyvosti chyselnykh rozrakhunkiv dynamiky elektropryvodiv z asynkhronnymy dvygunamy: monografiya* [Mathematical models and features of the numerical calculations of the dynamics of the electric induction motors: monograph], PP Shcherbatiykh O.V., Kremenchuk. (in Ukrainian)
8. Uchitel, A.D. and Gushchin, V.V. (1981), *Vibratsionnyy vypusk gornoy massy* [Vibrating release of the rock mass], Nedra, Moscow. (in Russian)
9. Batrakov, D.V. (2013), "The use of vibratory feeders for the production of ore in the mines of Krivoy Rog iron ore under the basin", *Visnyk Kryvorizkogo natsionalnogo universytetu*, Vol. 34, pp. 104–108. (in Russian)
10. Garmash, N.I., Novak, S.B., Savitskiy, V.Ye. and Savitskiy Ye.V. (2003), *Podshipniki skolzheniya i kacheniya* [Sliding and rolling bearings], Krivoy Rog. (in Russian)

Стаття надійшла 04.05.2016.