А. А. Дерягин, *аспирант Ижевского государственного технического университета*

Формообразование и анимация 3D-объектов на основе тетрагональной регулярной сети

Актуальность вопросов, связанных с трехмерной графической анимацией, в настоящее время стремительно растет. Статья является продолжением исследования, результаты которого были опубликованы в предыдущем выпуске журнала № 1 (43) за 2013 год.

Введение

Как отмечалось автором в работе [6], для построения моделей объектов наиболее распространенной является модель *TIN* (*Triangulated Irregular Network*) — нерегулярная треугольная сеть, достоинство которой — простота и возможность проектирования объекта любой формы, а недостатками являются достаточно большой объем конечной модели и сложность ее обработки, сказывающаяся на производительности. Также имеют место определенные трудности с наложением текстур.

Сравнительно недавно был предложен способ моделирования сложных пространственных объектов с использованием тетрагональной регулярной сети (*TRN*-модель) [1–4]. В работе [6] автор также указывал, что сама по себе прямоугольная сеть как модель данных трехмерных объектов не является новой и ее использование по времени предшествовало разработке более развитых моделей данных. Они в большей степени связаны с визуально реалистичным рендерингом, и с их появлением модель прямоугольной сети несколько отошла на второй план [5]. Однако более детальное рассмотрение моделей позволяет выявить их свойства и особенности, придающие им новые качества и позволяющие эффективно использовать их при передаче и хранении информации. В том числе этот способ имеет преимущество в реализации некоторых алгоритмов. Основной эффект достигается именно за счет регулярности моделей, что также отражено в работе [6].

В данной статье рассматриваются вопросы, связанные с образованием формы трехмерных объектов, формированием их проекций на плоскость наблюдения, а также обеспечением динамики 3D-сцен — заданием законов движения тел и формированием анимированных изображений проекций, основанных на использовании тетрагональной регулярной сетевой модели.

Свойство аддитивности полей деформации пространства позволяет единообразно описывать процессы формообразования тел, пластичного изменения их формы и последовательного изменения их положения в пространстве при различных видах движения, а также проецирования изображений объектов на плоскость наблюдения.

Формообразование и деформации объектов

При описании поверхностей трехмерных пространственных объектов с помощью тетрагональных регулярных сетей важным является вопрос о возможности размещения граней сети на поверхности объектов. Ответ на вопрос дает теорема Эйлера, согласно которой в каждой точке гладкой поверхности существуют две перпендикулярные касательные прямые, в направлении которых нормальная кривизна поверхности принимает наибольшее и наименьшее значение. Кривизна поверхности в любом другом направлении выражается линейной комбинацией наибольшего и наименьшего значения нормальной кривизны.

Таким образом, можно показать, что для гладких поверхностей в окрестности каждой точки при малых размерах ячеек деформированной сети существует пространственная плоскостная конструкция из четырех циклически повторяющихся отрезков (ячейка деформированной сети), имеющая форму равнобедренной трапеции или треугольника. Это можно показать, рассматривая различные соотношения между величинами наибольшей и наименьшей кривизны.

В первом случае, когда неравные нулю значения равны, в окрестности точки имеет место сферическое приближение. Для него возможно образование трапецеидальной ячейки (такое же, как при разграфке сферы по линиям параллелей и меридианов) или треугольной ячейки (при такой же разграфке и при сходимости меридианов в районе полюсов). Если указанные значения кривизны равны нулю, т. е. поверхность в окрестности точки представляет собой плоскость, то форма плоской ячейки не критична.

Во втором случае, когда неравные нулю значения наибольшей и наименьшей кривизны различны, в окрестности точки имеет место эллипсоидальное приближение. Поскольку эллипсоид представляет собой результат сжатия или растяжения сферы, при изменении размеров трапецеидальной ячейки ее форма сохраняется. Если одна из указанных величин равна нулю, то в окрестности точки имеет место цилиндрическое или коническое приближение. В первом случае трапецеидальная ячейка преобразуется в прямоугольник, а во втором — вырождается в треугольник.

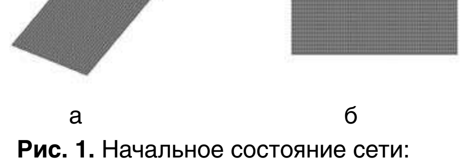
Использование полей деформации пространства для целей формообразования объектов предполагает деформацию сети из первоначально плоского состояния в определенную конфигурацию, воспроизводящую форму поверхности объекта. При этом узлы сети перемещаются из первоначального состояния в соответствующие точки поверхности объекта, поэтому процесс формообразования в неявном виде имеет динамический характер. Если описать динамику перемещения точек таким образом, можно наблюдать процесс сворачивания сети вокруг поверхности описываемого объекта.

На рисунке 1 показано начальное состояние сети перед началом процесса свертывания. Различные стадии процесса свертывания сети вокруг поверхности сферы показаны на рис. 2. Аналогичным образом различные стадии процесса формообразования объекта, имеющего форму тора, показаны на рис. 3. Как видно из рисунков, процесс свертывания сети протекает достаточно плавно.

Несколько иначе протекает процесс формообразования объектов, поверхность которых содержит значительное количество сингулярных элементов — ребер и вершин.

Так, процесс свертывания тетрагональной регулярной сети по поверхности куба, показанный на рис. 4, на первых стадиях выглядит как совокупность перегибов исходно плоской сети. При этом образуются плоские прямоугольные ячейки, являющиеся прототипами формирующихся в финале процесса граней куба. На последующих стадиях каждая из этих плоскостей перемещается по собственному закону движения. И лишь на последних стадиях просматривается сближение границ ячеек сети, приводящее в конечном счете к склейке граней куба.

Для подобных объектов сингулярный характер их поверхности вступает в некоторое противоречие с регулярностью, моделирующей эту поверхность сети.



а б

Рис. 1. Начальное состояние сети: в проекции произвольного наблюдателя (кадр 0 из 50) (а); в проекции z-наблюдателя (кадр 0 из 50) (б)

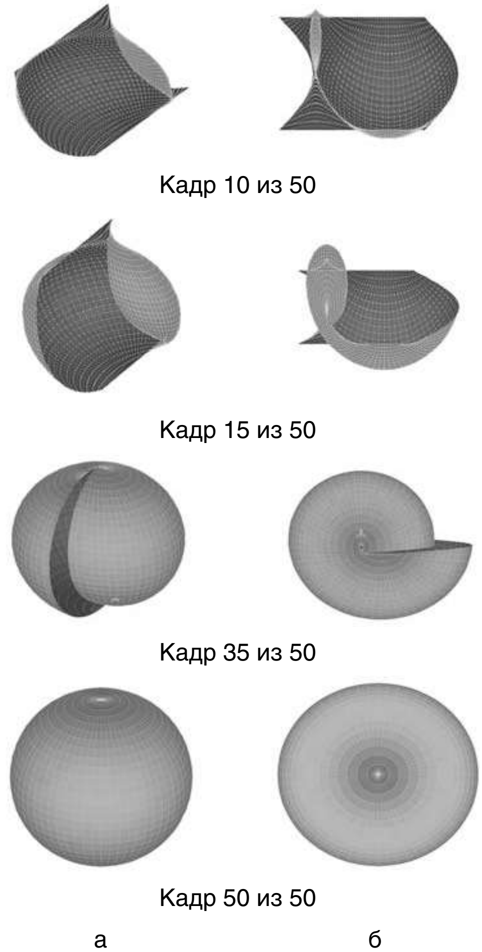


Рис. 2. Процесс формообразования сферы: в проекции произвольного наблюдателя (а); в проекции *z*-наблюдателя (б)

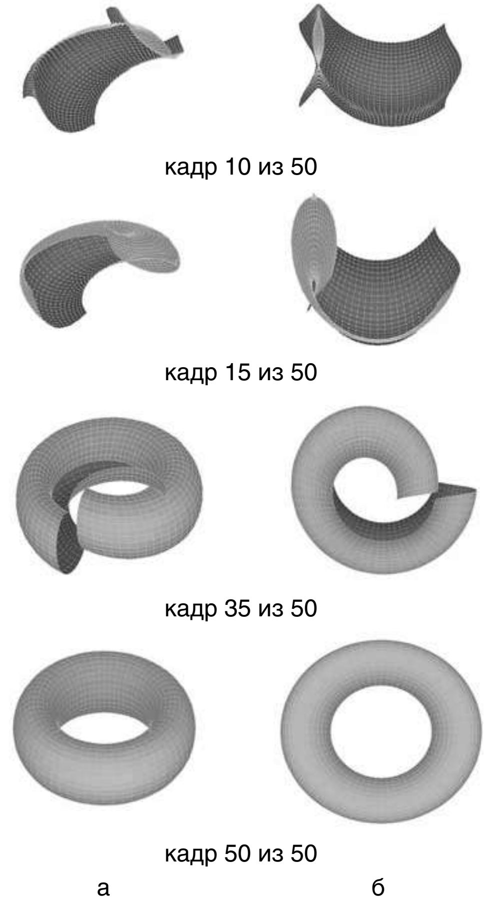


Рис. 3. Процесс формообразования тора: в проекции произвольного наблюдателя (а); в проекции *z*-наблюдателя (б)

При использовании тетрагональных регулярных сетей и полей деформаций пространства, также как и в любых системах трехмерной машинной графики, весьма полезным оказывается использование некоторого набора базовых пространственных объектов. В качестве таких объектов могут быть выбраны тела правильной геометрической формы. На рисунке 5 представлен небольшой набор базовых пространственных объектов, соответствующий набору примитивов языка VRML.

Сравнение набора объектов, представленных на рис. 5, с набором примитивов, построенных на основе *TIN*-сети, показывает, что базовые объекты, построенные в модели тетрагональной регулярной сети, порождают значительно большее количество форм геометрических тел. Простое изменение размеров сети приводит к образованию множества различных форм полиэдров. При больших размерах сетей могут быть образованы гладкие поверхности сколь угодно сложной формы. При этом увеличение количества граней объекта не является критичным для тетрагональных сетей, поскольку индексация их элементов (узлов, связей и ячеек) определяется их местоположением в сети и не требует создания дополнительных громоздких индексных структур.

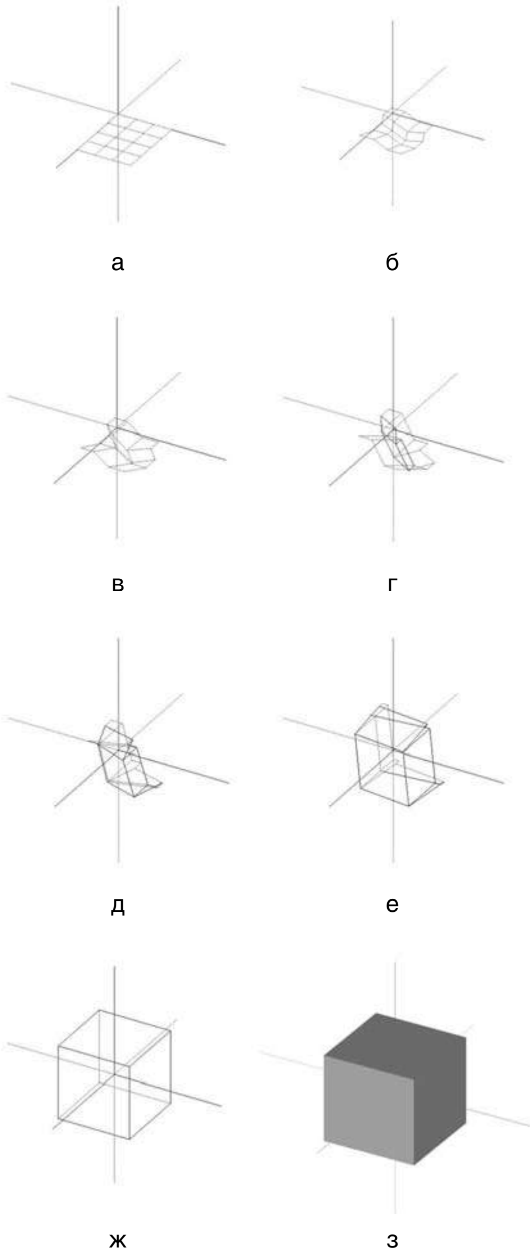


Рис. 4. Формообразование куба

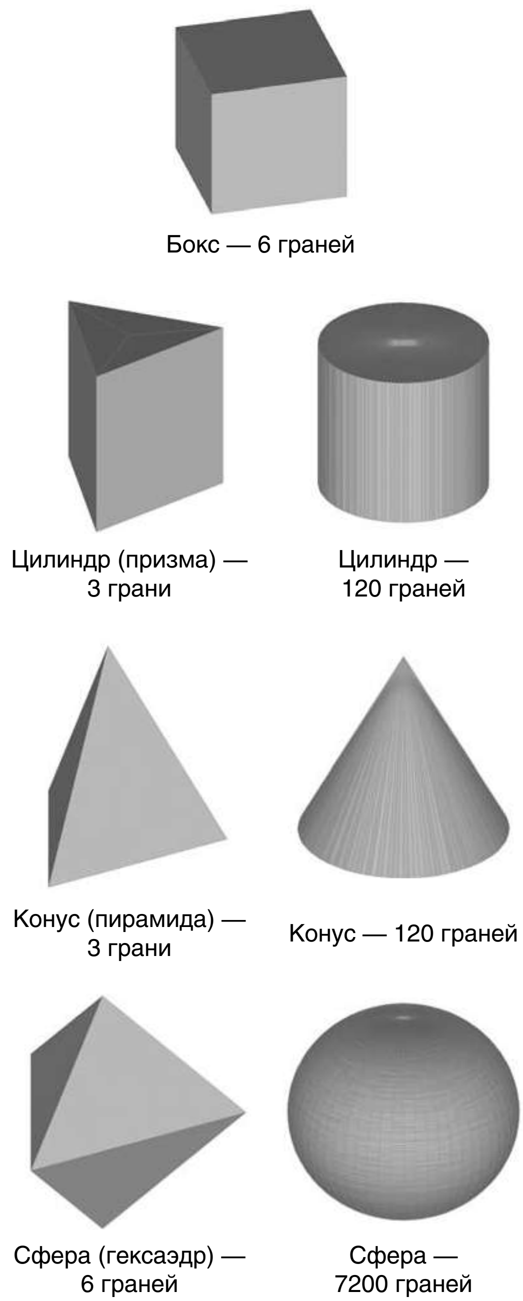


Рис. 5. Базовые пространственные объекты

Если в качестве начального состояния сети в процессе формообразования использовать уже деформированную сеть, описывающую некоторую форму объекта, то можно говорить о деформации этого объекта.

В зависимости от характера деформации следует различать пластические и не пластические деформации. Для первых характерно сохранение в определенной мере гладкости деформируемой поверхности, для вторых условия гладкости нарушаются. При этом возможно также склеивание узлов исходной деформированной сети и образование сингулярных участков поверхности.

На рисунке 6 показана пластическая деформация исходного пространственного объекта, имеющего форму сферы. В результате сформировался сложный пространственный объект, имеющий относительно гладкую поверхность.

На рисунке 7 представлен иной вариант деформации такого же сферического исходного пространственного тела — непластическая деформация. В результате сформировался звездообразный пространственный объект, поверхность которого вообще не содержит гладких участков. Фактически все участки поверхности этого объекта сингулярны.

Примеры деформации пространственных тел, показанные на рис. 6 и 7, иллюстрируют некритичность модели тетрагональ-

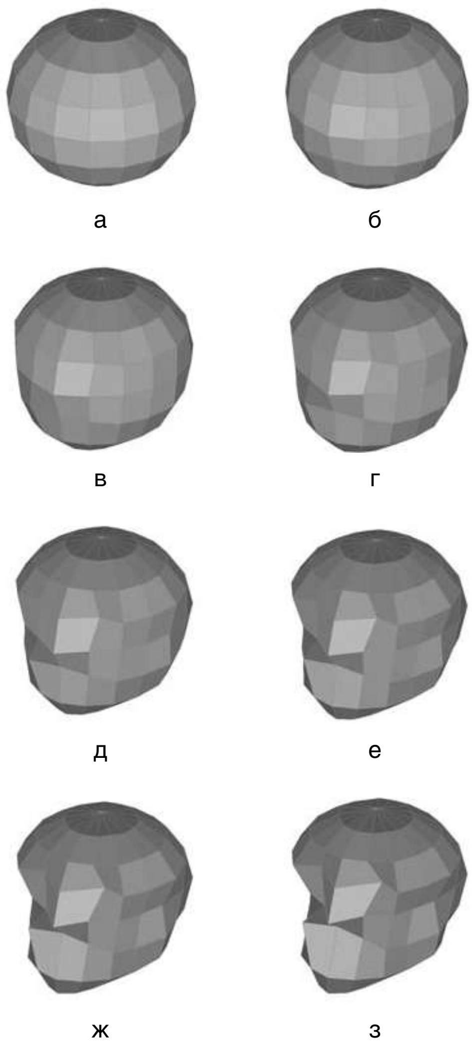


Рис. 6. Пластическая деформация пространственного объекта

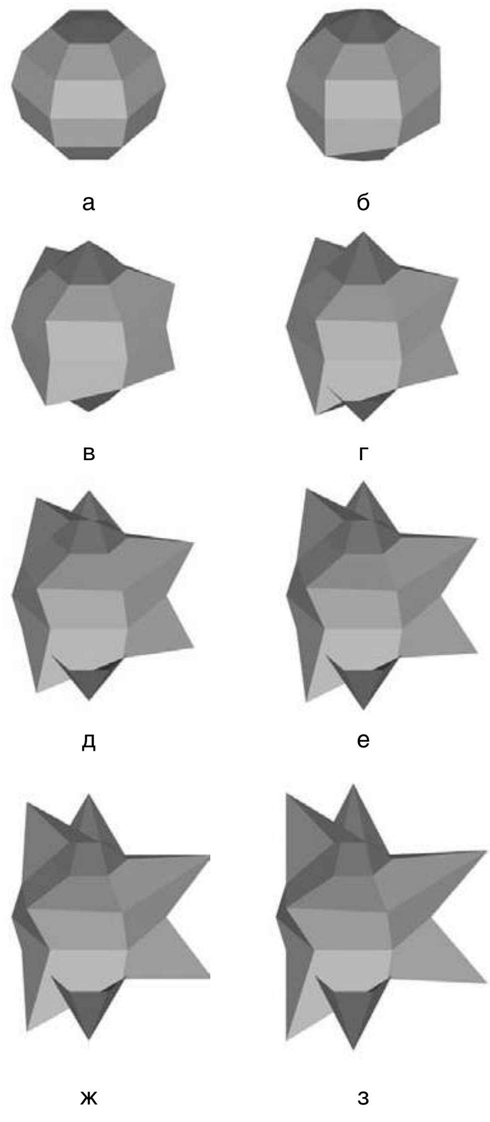


Рис. 7. Непластическая деформация пространственного объекта

ной регулярной сети по отношению к сложности поверхности описываемых ею пространственных объектов. При этом можно заметить, что при всей нерегулярности характера поверхности на рис. 7 описывающая ее сеть не подвергалась локальным склейкам. Однако даже при наличии локальных склеек не возникает дополнительных сложностей в описании поверхностей тетрагональной регулярной сетью, так как количество координатных значений в матрицах сетей и количество индексов в характеристических матрицах ячеек и инциденций не изменяется. Таким образом, процессы и формообразования пространственных объектов, и их деформации описываются единообразно, как воздействие полей деформации пространства на тетрагональные регулярные сети.

Пространственные трансформации трехмерных сцен

Показанная выше динамика формообразования и деформаций пространственных объектов является частным случаем пространственных трансформаций, к которым относятся также движения составляющих трехмерную сцену объектов. Аддитивное представление деформаций сети позволяет реализовать такую динамику — деформации поверхности тела и произвольный закон его движения путем последовательного применения некоторой совокупности операторов полей деформации пространства с малыми приращениями значений координат узлов сети. В этом случае закон движения определяется последовательностью операторов деформации сети, соответствующих малым приращениям координат.

Проецирование полученных состояний деформированной сети обеспечивает получение серии последовательных изображений и, таким образом, позволяет анимировать объекты 3D-сцен. Если у пользователя есть возможность управления деформациями поверхности тела, его перемещением и движением, то полученная динамическая трехмерная модель приобретает интерактивный характер.

Реализация динамических процессов (анимация движений), связанных с трехмерными пространственными телами, также производится на основе использования тетрагональной регулярной сетевой модели, притом любое движение определяется комбинацией соответствующих деформаций. Воздействие полей деформации пространства на тетрагональную регулярную сеть сводится к соответствующему перемещению ее узлов (рис. 8). При этом также могут иметь место новые склейки узлов. Формально перемещение узлов сводится к аддитивному преобразованию сети:

$$D_1DX = X + D_x + D_{1x},\ D_1DY = Y + D_y + D_{1y},$$
$$D_1DZ = Z + D_z + D_{1z}.$$

Промежуточные состояния сети в данном случае определяются номерами кадров k в последовательности из заданного количества $K+1$ кадров:

$$x_{ij}^k = x_{ij}^0 + \frac{k}{K}\left(x_{ij}^k - x_{ij}^0\right),\ y_{ij}^k = y_{ij}^0 + \frac{k}{K}\left(y_{ij}^k - y_{ij}^0\right),$$
$$z_{ij}^k = z_{ij}^0 + \frac{k}{K}\left(z_{ij}^k - z_{ij}^0\right),$$

где k изменяется от 0 до K.

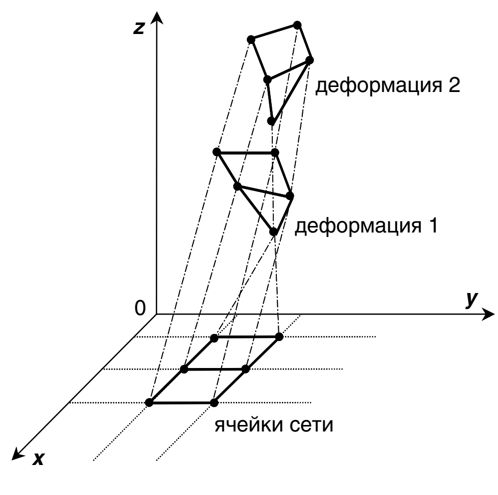


Рис. 8. Композиция деформаций сети

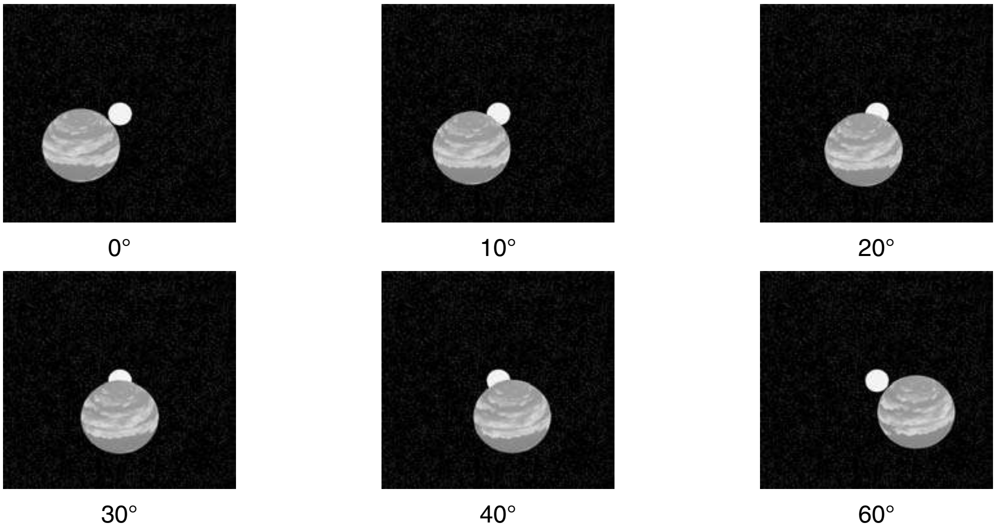


Рис. 9. Динамическая модель «звезда-планета»

Реализация пространственных деформаций производится на основе преобразований тетрагональных регулярных сетей. Комбинирование преобразований позволяет определить любую динамику трансформаций трехмерных пространственных объектов и сцен. При этом следует иметь в виду, что аддитивность кратных деформаций сетей носит до некоторой степени условный характер. Это связано с тем, что не все преобразования взаимно коммутируют друг с другом: так, например, масштабирования и ротации не коммутируют с трансляциями. В связи с этим, несмотря на коммутативность слагаемых в суммах в вышеуказанных выражениях, порядок применения различных полей деформации пространства к сетям играет существенную роль.

В качестве примера можно привести равномерное и прямолинейное движение вращающегося с постоянной скоростью пространственного объекта. Корректное описание такого движения заключается в следующем. На каждом такте времени (при определении каждого кадра) производится ротация объекта на заданную постоянную малую величину угла, а затем трансляция на заданную постоянную малую величину перемещения, умноженную на количество тактов времени от начала процесса. Это эквивалентно, по существу, использованию двух координатных систем.

Первая координатная система является глобальной. Она определяет положение объекта в едином пространстве. Вторая система координат локальна и жестко связана с самим объектом. Начало ее координат совпадает с центром вращения объекта (центром тяжести, центроидом), а ориентировка осей идентична ориентировке осей глобальной системы координат. Такое представление позволяет определить для каждого пространственного тела трехмерной сцены собственный закон движения, притом вся сцена может быть представлена единой тетрагональной регулярной сетью, образованной конкатенациями отдельных сетей, составляющих сцену объектов. Поскольку при этом между объектами возникают геометрические связи, и им могут быть приписаны определенные значения физических характеристик, указанные собственные законы движения могут быть взаимосвязаны. То есть динамика трансформаций сцены может протекать при воздействии наложенных связей. В качестве относительно простого примера приведем взаимодействие объектов, образующих систему, подобную системе планет, обращающихся вокруг звезды. В данном случае геометрическая связь каждой планеты со звездой является либо жесткой, либо слабо упругой. Поэтому ротация конкатенации сети, соответствующей отдельной планете, с сетью, соответствующей звезде, обеспечит моделирование собственного вращения каждой планеты вокруг звезды. При этом и звезда, и каждая из планет могут вращаться вокруг собственной оси вращения с собственной скоростью вращения.

Описанная схема позволяет создавать динамические трехмерные модели. Пример такой модели типа «звезда-планета» показан на рис. 9, где представлено несколько кадров, соответствующих различным моментам времени. Эта же схема обеспечивает и интерактивность трехмерных динамических моделей, поскольку воздействие на модель, по существу, представляет собой либо применение определенного возмущающего поля деформации пространства, либо наложенную связь.

Заключение

Исследованные ранее возможности оперирования трехмерными пространственными объектами с использованием непространственных и пространственных операций тетрагональных регулярных сетей обладают необходимой полнотой для реализации всех необходимых преобразований трехмерных пространственных объектов.

В статье предложен способ унифицированного описания процессов формообразования, деформаций, анимационных преобразований, проецирования и визуализации трехмерных пространственных объектов, как результата действия полей деформаций пространства, а также пространственных операций трансляций, ротаций, масштабирований, компрессий, пластических и непластических деформаций тетрагональных регулярных сетей.

Реализованная автором динамическая модель трехмерных пространственных объектов на основе предложенного способа позволила разработать метод анимационных преобразований, основанный на использовании двух сопряженных координатных систем с комбинированием пространственных операций тетрагональных регулярных сетей.

Список литературы

1. *Елкин С. Л.* Построение тетрагональной регулярной пространственно деформируемой сетевой модели трехмерных объектов // Математическое моделирование и интеллектуальные системы: Сб. науч. тр. ИжГТУ. 2004. № 1 (3). Ижевск: Изд-во ИЭ УрО РАН, 2004. С. 27–29.
2. *Елкин С. Л., Лялин В. Е.* Моделирование трехмерных объектов на основе тетрагональной регулярной пространственно деформируемой сети // Проблемы техники и технологии телекоммуникаций: Материалы Пятой междунар. научн.-техн. конф. Самара: Изд-во ПГАТИ, 2004. С. 39–41.
3. *Елкин С. Л., Мурынов А. И.* Тетрагональная регулярная пространственная сеть как модель описания геометрико-топологических пространственных объектов размерности 3 // Информационные технологии в науке, социологии, экономике и бизнесе: Материалы 31 Междунар. конф. Украина, Крым, Ялта — Гурзуф. Приложение к журн. «Открытое образование», 2004. С. 84–86.
4. *Иванов В. П., Батраков А. С.* Трехмерная компьютерная графика. М.: Радио и связь, 1995. — 224 с.
5. *Лялин В. Е., Мурынов А. И., Лепихов Ю. Н., Шибаева И. В.* Модели представления и кодирования пространственных объектов для передачи изображений и трехмерных сцен по цифровым каналам связи // Информационные технологии в науке, образовании, телекоммуникациях и бизнесе: Материалы 31 Междунар. конф. Украина, Крым, Ялта — Гурзуф // Успехи современного естествознания. 2004. № 5. Приложение № 1. М.: Академия естествознания. С. 123–125.
6. *Дерягин А. А.* Моделирование 3D-объектов и сцен на основе использования тетроидной регулярной сетевой модели // Прикладная информатика. 2013. № 1 (43). С. 76–86.