

## **КОМПЛЕКСНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ, ПРОИСХОДЯЩИХ В ДУГОВЫХ ЭЛЕКТРОСТАЛЕПЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧАХ**

**Яшина К.В., Садовой А.В.**

**Введение.** В последние 10 лет одной из проблем, стоящих перед мировой металлургической промышленностью, является проблема энергосбережения и автоматизации электросталеплавильного производства. Эффективный способ решения данной проблемы – построение алгоритма оптимального управления работой дуговой электросталеплавильной печи (ДСП) на основе математического моделирования ее работы [1]. При этом целесообразно уделить внимание рассмотрению тепловых процессов, протекающих в дуговых сталеплавильных печах. На сегодняшний день существует ряд работ, направленных на детальное рассмотрение сложного теплообмена в рабочем пространстве ДСП: теплообмена излучением между поверхностями электродов, шихтой, стенами, сводом и днищем печи, конвективного теплообмена между твердой шихтой, расплавом, шлаком, печным газом, футеровкой, теплопереноса внутри твердой, жидкой, газообразной фаз [2 - 12]. Однако, описанные в работах [2 - 12] исследования имеют ряд недостатков: на начальной стадии работы печи рассматривается один общий колодец, образующийся в шихте в результате работы трех электродов; отсутствует точный расчет энергии химических реакций; не учитывается состав шихты, расплава, шлака, печного газа, форма печи. Кроме того, модели тепловых процессов, происходящих в ДСП, выполнялись в двумерной постановке и основались на исследованиях, проведенных авторами работ [2 - 12]. Следовательно, они не могут полноценно описывать тепловую работу дуговых электросталеплавильных печей.

**Постановка задачи.** Задачами исследования является рассмотрение тепловых процессов, происходящих в ДСП, с учетом значений мощности, подаваемой в печь каждым электродом, количества тепла химических реакций, состава шихты, расплава, шлака, печного газа, формы печи.

**Результаты работы.** Рассмотрим плавление шихты в рабочем пространстве дуговой электросталеплавильной печи для случая загрузки шихты на «болото». Если  $t_{\text{плавки}}$  - время плавки,  $\tau$  - шаг по времени, тогда  $t = 0, \tau, \dots, t_{\text{плавки}}$  - моменты времени, в которые вычисляются значения температуры шихты в ДСП. Считаем, что в каждый момент времени  $t$  известна активная мощность, поступившая в печь на интервале от  $t - \tau$  до  $t$ , а также состав шихты и «болота».

Период тепловой работы дуговой печи можно условно разделить на три стадии: зажигание электрических дуг, проплавление колодцев, плавление закрытыми дугами [13 - 14].

На стадии зажигания электрических дуг распределение температур в объеме шихты описывается уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах[2]:

$$c_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) \rho_{ш}(r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) r \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial z}), \quad (1)$$

$$0 < r < R_{ш}, \quad 0 < \varphi < 2\pi, \quad 0 < z < Z_{ш},$$

где  $r, \varphi, z$  – цилиндрические координаты,

$T_{ш}(r, \varphi, z, t)$  – температура шихты (K),

$\rho_{ш}(r, \varphi, z, t)$  – насыпная плотность шихты ( $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ),

$c_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t)$  – теплоемкость шихты ( $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$ ),

$\lambda_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t)$  – теплопроводность шихты ( $\frac{\text{Джс}}{\text{кг}}$ ) [2].

Теплоемкость шихты находим по формуле:

$$c_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) = \tilde{c}_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) (1 - p(r, \varphi, z, t)),$$

где  $\tilde{c}_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t)$  – средняя теплоемкость в исследуемом интервале

температур ( $\frac{\text{Джс}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$ ),

$p(r, \varphi, z, t)$  – порозность шихты [2].

Зная состав шихты, среднюю теплоемкость в исследуемом интервале температур найдем по формуле:

$$\tilde{c}_M(T_M, r, \varphi, z, t) = \sum_{i=1}^N c_i(T_M) \cdot \frac{m_i(r, \varphi, z, t)}{m_M(r, \varphi, z, t)},$$

где  $c_i(T_M)$  - теплоемкость  $i$  химического элемента (соединения) при температуре  $T_M$  ( $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ ),

$m_i(r, \varphi, z, t)$  - масса  $i$  химического элемента (соединения) ( $\text{кг}$ ).

Распределение температур в объеме «болота» на данном этапе описывается уравнением :

$$c_B(T_B, r, \varphi, z, t) \rho_B(r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_B(r, \varphi, z, t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda_B(T_B, r, \varphi, z, t) r \frac{\partial T_B(r, \varphi, z, t)}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda_B(T_B, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_B(r, \varphi, z, t)}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda_B(T_B, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_B(r, \varphi, z, t)}{\partial z}), \quad (2)$$

$$0 < r < R_M, \quad 0 < \varphi < 2\pi, \quad Z_M < z < Z_B,$$

где  $T_B(r, \varphi, z, t)$  - температура «болота» ( $\text{К}$ ),

$\rho_B(T_B, r, \varphi, z, t)$  - плотность «болота» ( $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ),

$c_B(T_B, r, \varphi, z, t)$  - теплоемкость «болота» ( $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ )

$\lambda_B(T_B, r, \varphi, z, t)$  - теплопроводность «болота» ( $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ ).

Плотность «болота», зная его химический состав, находим по формуле:

$$\rho_B(r, \varphi, z, t) = \sum_{i=1}^M \rho_i \cdot \frac{m_i(r, \varphi, z, t)}{m_B(r, \varphi, z, t)},$$

где  $m_B(r, \varphi, z, t)$  - масса «болота» ( $\text{кг}$ ).

Теплоемкость и теплопроводность «болота» найдем с помощью выражений:

$$c_B(T_B, r, \varphi, z, t) = \sum_{i=1}^M c_i(T_B) \cdot \frac{m_i(r, \varphi, z, t)}{m_B(r, \varphi, z, t)}, \quad \lambda_B(T_B, r, \varphi, z, t) = \sum_{i=1}^M \lambda_i \cdot \frac{m_i(r, \varphi, z, t)}{m_B(r, \varphi, z, t)}$$

Начальными условиями для уравнений (1), (2) являются поля температур для шихты  $T_{ш}(r, z, \varphi, 0)$  и «болота»  $T_B(r, z, \varphi, 0)$ .

Первая стадия продолжается до тех пор, пока не наступит устойчивое горение электрических дуг.

На стадии проплавления колодцев распределение температур в объеме шихты описывается уравнением теплопроводности:

$$c_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) \rho_{ш}(r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) r \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial r}) + \\ + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial z}) + \\ + \tilde{Q}_{хим}(r, \varphi, z, t),$$

$$0 < r < R_{ш}, \quad 0 < \varphi < 2\pi, \quad 0 < z < Z_{ш},$$

где  $\tilde{Q}_{хим}(r, \varphi, z, t)$  - тепло химических реакций (Джс).

Распределение температур в «болоте» описывается уравнениями теплопроводности (2).

В зоне пятна  $i$  дуги ( $r_i = R_{кi}$ ,  $\varphi_i = \Phi_{кi}$ ,  $z_i = Z_{кi}(t)$ ) на поверхности шихты задано граничное условие:

$$-\lambda_{ш}(T_{ш}, r = R_{кi}, \varphi = \Phi_{кi}, z = Z_{кi}(t), t) \frac{\partial T_{ш}(r = R_{кi}, \varphi = \Phi_{кi}, z = Z_{кi}(t), t)}{\partial z} = \\ = \varepsilon_{ш} \sigma (T_{дi}^4(t) - (T_{ш}^4(r = R_{кi}, \varphi = \Phi_{кi}, z = Z_{кi}(t), t))) i = 1..3,$$

где  $T_{дi}(t)$  - температура дуги  $i$  фазы.

На стадии плавления закрытыми дугами распределение температур в объеме шихты описывается уравнением:

$$c_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) \rho_{ш}(r, z, \varphi, t) \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) r \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial r}) +$$

$$+ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda_{ш}(T_{ш}, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_{ш}(r, \varphi, z, t)}{\partial z}) +$$

$$+ \tilde{Q}_{ХММ}(r, \varphi, z, t) + \tilde{Q}_{КОН}(r, \varphi, z, t),$$

$$0 < r < R_{ш}, \quad 0 < \varphi < 2\pi, \quad 0 < z < Z_{ш},$$

где  $\tilde{Q}_{КОН}(r, \varphi, z, t)$  - тепло, подводимое к шихте конвекцией с печными газами, которыми заполнена атмосфера печи ( $D_{жс}$ ) [3].

Распределение температур в объеме «болота» на данном этапе описывается соответственно уравнениями теплопроводности для расплава и шлаковой прослойки:

$$c_p(T_p, r, \varphi, z, t) \rho_p(r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_p(r, \varphi, z, t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda_p(T_p, r, \varphi, z, t) r \frac{\partial T_p(r, \varphi, z, t)}{\partial r}) +$$

$$+ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda_p(T_p, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_p(r, \varphi, z, t)}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda_p(T_p, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_p(r, \varphi, z, t)}{\partial z}) +$$

$$+ \tilde{Q}_{ХММ}(r, \varphi, z, t),$$

$$0 < r < R_{ш}, \quad 0 < \varphi < 2\pi, \quad Z_{ш} + Z_{шп} < z < Z_{шп} + Z_{с}.$$

$$c_{шп}(T_{шп}, r, \varphi, z, t) \rho_{шп}(r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_{шп}(r, \varphi, z, t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda_{шп}(T_{шп}, r, \varphi, z, t) r \frac{\partial T_{шп}(r, \varphi, z, t)}{\partial r}) +$$

$$+ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda_{шп}(T_{шп}, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_{шп}(r, \varphi, z, t)}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda_{шп}(T_{шп}, r, \varphi, z, t) \frac{\partial T_{шп}(r, \varphi, z, t)}{\partial z}) +$$

$$+ \tilde{Q}_{ХММ}(r, \varphi, z, t) + \sum_{i=1}^3 \tilde{Q}_{Д}(r, \varphi, z, t),$$

$$0 < r < R_{ш}, \quad 0 < \varphi < 2\pi, \quad Z_{ш} < z < Z_{ш} + Z_{шп},$$

где  $T_p(r, \varphi, z, t)$  – температура расплава ( $K$ ),

$\rho_p(T_B, r, \varphi, z, t)$  – плотность расплава ( $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ),

$c_p(T_B, r, \varphi, z, t)$  – теплоемкость расплава ( $\frac{\text{Джс}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ ),

$\lambda_p(T_B, r, \varphi, z, t)$  – теплопроводность расплава ( $\frac{\text{Джс}}{\text{кг}}$ ),

$T_{\text{шл}}(r, \varphi, z, t)$  – температура шлака (К),

$\rho_{\text{шл}}(T_B, r, \varphi, z, t)$  – плотность шлака ( $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ),

$c_{\text{шл}}(T_B, r, \varphi, z, t)$  – теплоемкость шлака ( $\frac{\text{Джс}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ ),

$\lambda_{\text{шл}}(T_B, r, \varphi, z, t)$  – теплопроводность шлака ( $\frac{\text{Джс}}{\text{кг}}$ ),

$\tilde{Q}_{\text{д}}(r, \varphi, z, t)$  – тепло, выделяемое в шлаке и в жидкой ванне в результате непосредственного контакта с дугой  $i$  фазы ( $\frac{\text{Джс}}{\text{кг}}$ ), вычисляемое по формуле:

$$\tilde{Q}_{\text{д}}(r, \varphi, z, t) = \alpha_A(T_{\text{шл}}(r, \varphi, z, t) - T_{\text{д}}(r, \varphi, z, t))c_{\text{шл}}(T_{\text{шл}}, r, \varphi, z, t)m_{\text{шл}}(r, \varphi, z, t).$$

Плотность расплава и шлака найдем с помощью выражений:

$$\rho_p(r, \varphi, z, t) = \sum_{i=1}^K \rho_i \cdot \frac{m_i(r, \varphi, z, t)}{m_p(r, \varphi, z, t)},$$

где  $K$  – количество химических элементов (соединений) в расплаве,

$m_p(r, \varphi, z, t)$  – масса расплава (кг).

$$\rho_{\text{шл}}(r, \varphi, z, t) = \sum_{i=1}^L \rho_i \cdot \frac{m_i(r, \varphi, z, t)}{m_{\text{шл}}(r, \varphi, z, t)},$$

где  $L$  - количество химических элементов (соединений) в шлаке,

$m_{\text{шп}}(r, \varphi, z, t)$  - масса шлака ( $\text{кг}$ ).

Теплоемкость и теплопроводность расплава и шлака найдем по формулам:

$$c_p(r, \varphi, z, t) = \sum_{i=1}^K c_i \cdot \frac{m_i(r, \varphi, z, t)}{m_p(r, \varphi, z, t)}, \quad \lambda_p(r, \varphi, z, t) = \sum_{i=1}^K \lambda_i \cdot \frac{m_i(r, \varphi, z, t)}{m_p(r, \varphi, z, t)}$$

$$c_{\text{шп}}(r, \varphi, z, t) = \sum_{i=1}^L c_i \cdot \frac{m_i(r, \varphi, z, t)}{m_{\text{шп}}(r, \varphi, z, t)}, \quad \lambda_{\text{шп}}(r, \varphi, z, t) = \sum_{i=1}^L \lambda_i \cdot \frac{m_i(r, \varphi, z, t)}{m_{\text{шп}}(r, \varphi, z, t)},$$

Задание граничных условий на оси симметрии печи, поверхности соприкосновения «болота» с футеровкой стен печи или пода и моделирования радиационного теплообмена на каждой стадии тепловой работы дуговой печи детально рассмотрено в [2 - 12].

На основе описанных исследований авторами статьи построена трехмерная модель расчета тепловых режимов дуговых электросталеплавильных печей. При этом для решения уравнений теплопроводности применен метод конечных элементов.

Для проверки адекватности созданной модели рассмотрим плавку шихты в дуговой электросталеплавильной печи вместимостью 100 тонн при 20 тоннах «болота». Для задания электрического режима плавки, составов шихты и «болота», моментов подвалок, воспользуемся режимными картами и протоколами плавки печи ДСП-3 Белорусского металлургического завода [5].

В табл. 1 приведены данные протоколов плавки о замерах температуры верхнего слоя шихты и значения этих температур, вычисленные с помощью модели.

Таблица 1  
Данные замеров температур

№ плавки	Время начала плавки	Время окончания плавки	Время замера температуры	Значение температуры верхнего слоя шихты, $K$ (протоколы плавки)	Значение температуры верхнего слоя шихты, $K$ (модель)
1	18:28	19:24	19:04	1492	1474
			19:13	1520	1497

			19:22	1762	1751
			19:24	1781	1774
2	17:28	19:35	19:11	1603	1614
			19:16	1677	1690
			19:17	1614	1600
			19:23	1658	1676
			19:33	1769	1773
			19:36	1779	1790

На рис.1, рис.2 приведены графики зависимости среднемассовой температуры шихты и «болота» от времени плавки. Эти графики построены по данным, вычисленным с помощью разработанной авторами модели. Кроме того, на рис.1, рис.2 показаны значения среднемассовых температур шихты и «болота», полученные в ходе эксперимента [5]. При этом различие расчетных и экспериментальных данных не превышает 3 %.

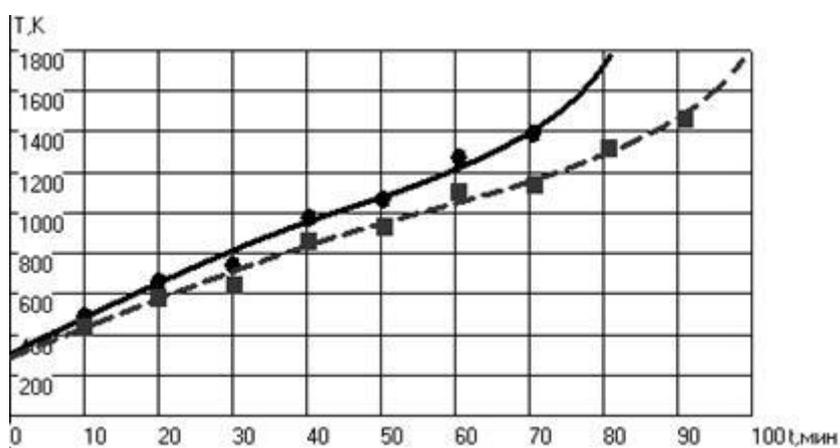


Рис. 1 Зависимость среднемассовой температуры шихты от времени

-- плавка №1, расчет с помощью математической модели

--- плавка №2, расчет с помощью математической модели

● плавка №1, экспериментальные данные

■ плавка №2, экспериментальные данные

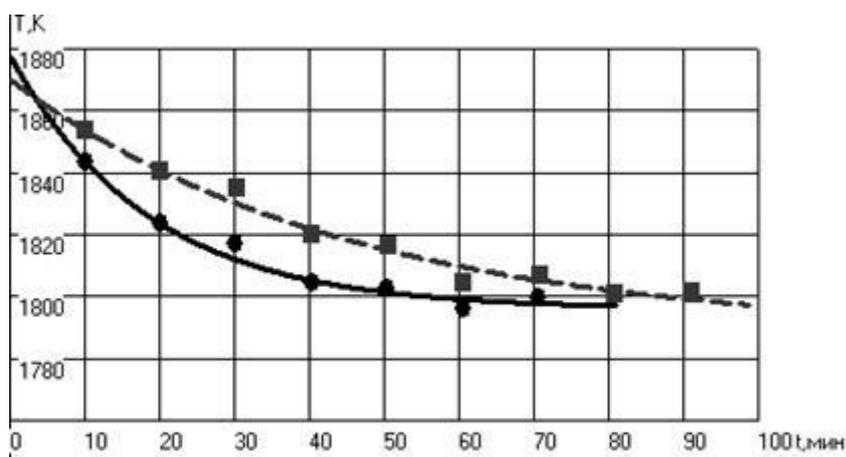


Рис. 2 Зависимость среднemasовой температуры «болота» от времени

-- плавка №1, расчет с помощью математической модели

--- плавка №2, расчет с помощью математической модели

● плавка №1, экспериментальные данные

■ плавка №2, экспериментальные данные

**Выводы.** Таким образом, авторами статьи при исследовании тепловых процессов, протекающих в ДСП, впервые учитывались форма печи, величина тепла химических реакций, состав шихты, расплава, шлака, печного газа, значение мощности, подаваемой в печь каждым электродом. На основе этих исследований впервые построена трехмерная математическая модель тепловых процессов, происходящих в дуговых электросталеплавильных печах. Адекватность этой модели подтверждена сравнением с экспериментальными данными. Следовательно, она может быть применима для разработки алгоритма рационального управления работой ДСП.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Качественная оценка способа автоматизированного управления работой дуговых сталеплавильных печей на основе комплексной математической модели. / К.В.Яшина, В.Ю. Болотов, Ю.А. Болотова. – Сборник научных трудов Список источников Днепродзержинского государственного технического университета. – 2007 – №8 – С. 217 – 221.
2. Моделирование и расчет теплообмена в ДСП / И.И. Игнатов. – Математическое моделирование и расчет дуговых и плазменных сталеплавильных печей. Сборник научных трудов / ВИНИЭТО, 1983, С. 3 – 14.
3. Тепловой расчет ДСП с водоохлаждаемыми панелями/ И.И. Игнатов. – Математическое моделирование и расчет дуговых и плазменных сталеплавильных печей. Сборник научных трудов / ВИНИЭТО, 1983, с 15 – 17.
4. Моделирование и расчет проплавления колодцев в ДСП / Н.Н. Попов., А.Ф. Моржин – Математическое моделирование и расчет дуговых и плазменных сталеплавильных печей. Сборник научных трудов / ВИНИЭТО, 1983, с 17 – 19.

5. Тимошпольский В.И. Теплотехнологические основы металлургических процессов и агрегатов высшего уровня.– Мн.: Навука і тэхніка, 1995. – 256с.
6. Герцык С.И., Владимиров В.А. Распределение потоков по поверхности металла электродуговой печи в период жидкой ванны// Сталь. – 1998. - № 1. С. 28 – 31.
7. Свенчанский А.Д., Макаров А.Н. Расчеты теплообмена излучением и прогнозирование износа футеровки в ДСП// Электротермические процессы и установки: Сб. тр. / ЧГУ. 1984. С. 3 – 7.
8. Однополозов Л.Б. Вопросы моделирования тепловых процессов в электрических печах. М.: Стандартэлектро, 1966. С. 45 – 50.
9. Макаров А.Н. Методика расчета теплообмена излучением в электродуговых и факельных печах и топках// Проблемы энергосбережения. Теплообмен в электротермических и факельных печах и топках: Материалы Междунар. научн.- техн. конференции. Тверь: ТГТУ, 2001. С. 4 – 8.
10. Теплообмен и тепловые режимы в промышленных печах: Ю.И. Розенгарт, Б.Б. Потапов, В.М. Ольшанский, А.В. Бородулин. – Киев; Донецк: Вища шк. Головное изд-во, 1986. – 296 с.
11. Макаров А.Н., Макаров В.С. Теория и практика лучистого теплообмена в дугowych сталеплавильных печах// Новые направления в электротермии: Сб. тр. № 534 / МЭИ. 1991. С. 77 – 78.
12. Макаров А.Н. Распределение потоков излучения дуг в дугowych сталеплавильных печах трехфазного и постоянного токов в период расплавления// Известия вузов. Черная металлургия. – 1991. - № 2. С. 16 – 19.
13. В.А. Кривандин, А.В. Егоров Тепловая работа и конструкции печей черной металлургии: Учебник для ВУЗов – М.: 1989. - 462 с.
14. Б.С. Матрюков Теория, конструкции и расчеты металлургических печей. – М.: Металлургия, 1986. – 232с.