
**СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ**

УДК 518.9, 519.86

**ТЕОРЕТИКО-ИГРОВЫЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ РЫНКОМ
МОЩНОСТИ И ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ***

© 2012 г. А. А. Васин, А. Г. Гусев

Москва, МГУ

Поступила в редакцию 17.05.12 г.

Рассматриваются модели, описывающие взаимосвязанные оптовые рынки электроэнергии и мощности. Анализируются некоторые варианты управления рынком мощности. Для каждого варианта равновесное состояние модели при рациональном поведении производителей сопоставляется с решением задачи об оптимальном составе генерирующего оборудования. Исходя из результатов исследования, формулируются предложения относительно оптимальной организации рынка мощности.

Введение. В последнее десятилетие в России проходит реформа электроэнергетического сектора. Наиболее важными его компонентами стали оптовые рынки электроэнергии и мощности. Оптовый рынок электроэнергии включает: рынок двусторонних контрактов, конкурентный рынок на сутки вперед (РСВ) и конкурентный балансирующий рынок. Оптовый рынок мощности включает: рынок двусторонних контрактов и конкурентный отбор мощности (КОМ).

РСВ организован как двойной закрытый сетевой аукцион с едиными узловыми ценами. В каждом узле на каждый час следующих суток всякий производитель подает заявку, определяющую объем мощности, который он готов предоставить в зависимости от узловой цены. Аналогично каждый потребитель устанавливает свою заявку, отображающую объем, который он готов купить в конкретный час суток в зависимости от цены. Коммерческий оператор устанавливает потоки в сети и узловые цены, балансирующие спрос и предложение в каждом узле с учетом чистого экспорта. Потоки определяются из решения задачи максимизации общего благосостояния с учетом ограничений на пропускную способность и потерь в линиях передачи. Построение соответствующей математической модели и ее применение при проектировании Единой энергетической системы России [1] стали, пожалуй, главным достижением в развитии российского рынка электроэнергии. Расчетная модель ЕЭС России содержит 7200 узлов, расположенных в Европе и на Урале, и 600 узлов - в Сибири. Стоит отметить, что модель с таким большим количеством узлов и такой детализацией не имеет аналогов в мире. Теоретическая сложность решенной задачи обусловлена свойствами электрических сетей переменного тока. Их функционирование существенно отличается от сетей для обычных товаров.

Задача балансирующего рынка — обеспечивать в реальном времени баланс спроса и предложения в каждом узле и необходимые резервы для стабильности поставок. Поскольку доля этого рынка в общем объеме дневной торговли не превышает 4%, в последующем обсуждении рынка электроэнергии и мощности он не рассматривается. Цель создания рынка мощности — снизить риски, связанные со строительством новых мощностей, и повысить инвестиционную привлекательность электроэнергетики, обеспечить удовлетворение спроса в долгосрочной перспективе, включая потребности сектора в резервах. Последние необходимы для обеспечения надежности электроснабжения в рамках системы с ограничениями на передачу мощности в случае возможных аварий на генерирующих мощностях, ошибок в прогнозах спроса и других непредвиденных обязательств.

По оценкам Агентства по прогнозированию балансов в электроэнергетике и ведущих отраслевых институтов до 2020 г. ожидается ежегодный рост потребления электроэнергии на 1.9–2.8% [2]. В этом случае общее потребление электроэнергии в 2020 г. составит 1285 млрд. кВт · ч. Максимальная ежегодная нагрузка увеличится на 40–60 ГВт и составит в 2015 г. 193–214 ГВт. Прирост мощностей к 2020 г. составит: 9.9 ГВт для ГЭС, 12.3 ГВт для АЭС, 55.7 ГВт для ТЭС. Таким образом, установленная мощность в 2020 г. будет 283.9 ГВт. Потребность в инвестициях на пери-

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-01-00778-а).

од 2011–2020 гг. оценивается в 0.8 трлн. руб. для ГЭС, 2.5 трлн. руб. для АЭС, 3.4 трлн. руб. для ТЭС.

Российский рынок мощности устроен таким образом, что каждый оптовый покупатель электроэнергии обязан покупать мощность в заявленном или определенном в пиковый момент его потребления размере, увеличенном на сумму резервных мощностей, необходимых для обеспечения надежной работы энергосистемы. В настоящее время торговля мощностью осуществляется на год вперед (в долгосрочной перспективе планируется торговля на несколько лет вперед) на рынке КОМ. До 2011 г. ценообразование в КОМ существенно отличалось от ценообразования на РСВ, и не было единой цены для всех производителей и потребителей. В соответствии с правилами, установленными на рынке мощности в 2008 г. [3], каждый поставщик получал оплату мощности по цене в его заявке, а потребители покупали мощность по рыночной цене, определяемой как усреднение цен по всем поставщикам. Цена мощности, указанная в предложении каждого поставщика, контролировалась, чтобы она была экономически обоснованной для инфраструктуры оптового рынка. Эта цена должна была покрывать постоянные издержки производителя с учетом нормы прибыли на вложенный капитал.

С 2011 г. правила для рынков электроэнергии и мощности существенно изменились [4]. В частности, на рынке мощности используется некий гибрид аукциона единой цены и аукциона с оплатой по заявкам: все предложения с ценами менее 85% цены отсечения оплачиваются по этой цене, а отобранные предложения с ценами более 85% цены отсечения оплачиваются по заявленным ценам.

В условиях централизованного планирования выбор оптимального состава генерирующего оборудования представляет собой оптимизационную задачу. Ее решение определяет те мощности, которые с минимальными суммарными издержками удовлетворяют потребительский спрос, заданный кривой продолжительности нагрузки (см. ниже разд. 1). Это частный случай задачи максимизации общественного благосостояния. Методы решения этой задачи разработаны в ряде исследований [5, 6]. Важный вопрос относительно совокупного рынка электроэнергии и мощности: обеспечивает ли его архитектура отбор мощностей, соответствующих решению указанной оптимизационной задачи? Мы исследуем задачу об оптимальной структуре мощностей в упрощенной постановке, учитывая постоянные и переменные затраты на производство электроэнергии. Предлагаемые методы легко изменить с целью учета издержек, связанных с запуском и отключением генераторов.

Далее рассматриваются модели рынка электроэнергии и мощности с проведением на КОМ аукционов единой цены и с оплатой по заявкам. Полученные равновесные исходы сопоставляются с оптимальной структурой мощностей. Показано, что оптимальная структура мощностей может быть достигнута при условиях совершенной конкуренции, полной рациональности поведения и полной информации об агентах на рынке. Однако при более реалистичных предположениях реализация оптимальной структуры мощностей невозможна при такой архитектуре. Описаны правила аукциона, позволяющего отобрать оптимальную структуру производственных мощностей на основе частной информации, т.е. когда каждому участнику известны лишь его собственные технико-экономические характеристики.

1. Задача формирования оптимальной структуры мощностей. Следуя указанной работе [6], предположим, что существует конечное множество I типов генерирующих мощностей ($|I|$ — число элементов этого множества). Каждый тип $i \in I$ характеризуется переменными издержками c_i^v и постоянными издержками c_i^f на 1 МВт производимой мощности. Постоянные издержки определяются следующим образом:

$$c_i^f = \frac{rCC_i}{(1 - e^{-rT_i})},$$

где CC_i — стоимость строительства единицы мощности типа i , r — ставка дисконтирования, T_i — срок эксплуатации мощности типа i . Другими словами, постоянные издержки оцениваются исходя из размера ежегодных платежей по погашению кредита, полученного для строительства рассматриваемой мощности на срок, равный сроку эксплуатации этой мощности. Пусть $\tau \in [0, 1]$ — коэффициент загрузки, который показывает долю времени загрузки конкретной мощности в рассматриваемом периоде (годе), $c_i(\tau) = c_i^v\tau + c_i^f$ — средние издержки мощности типа i в зависимости от коэффициента загрузки. На рис. 1 показано, как меняются средние издержки в зависимости от τ и типа мощности.

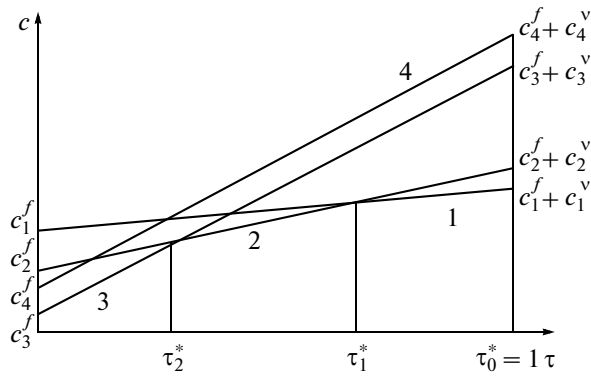


Рис. 1. Средние издержки в зависимости от коэффициента загрузки

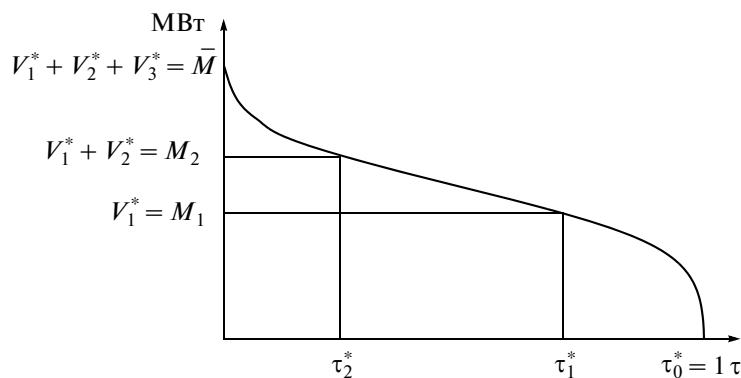


Рис. 2. Кривая продолжительности нагрузки и оптимальная структура мощностей

Постановка задачи предполагает, что спрос в течение одного периода (года) является неэластичным по цене и характеризуется максимальным значением $\bar{M}$ и кривой продолжительности нагрузки (КПН) $M(\tau)$, $\tau \in [0, 1]$. Обратная функция $\tau(M)$ определяет долю времени, когда требуемая мощность превышает уровень M . На практике кривая $M(\tau)$ рассчитывается исходя из нагрузки в прошлые периоды. В рамках рассматриваемой модели КПН не меняется в интервале планирования. На рис. 2 показана типичная форма КПН. Сначала будем предполагать, что ограничение производственной мощности для каждого типа не является активным (общая постановка задачи рассматривается далее). Задача формирования оптимальной структуры мощностей состоит в том, чтобы найти объемы мощности V_i^* и порядок их подключения, которые удовлетворяют спрос с минимальными полными затратами.

Рассмотрим графики, которые показывают средние издержки на 1 МВт · ч в зависимости от коэффициента загрузки для каждого типа мощности (рис. 1). Пусть типы мощностей упорядочены по возрастанию суммарных издержек: $c_1^f + c_1^v \leq c_2^f + c_2^v \leq \dots \leq c_{|I|}^f + c_{|I|}^v$. Заметим, что если для некоторого типа мощности i график издержек лежит выше нижней огибающей, то такая мощность i является заведомо неэффективной. Пусть $k \in [1, |I|]$ — число типов, входящих в нижнюю огибающую этих графиков, $i_1 = 1 < i_2 < \dots < i_k$ — типы соответствующих мощностей и $\tau_{i_k}^* = 0$, $\tau_{i_{k-1}}^* < \dots < \tau_{i_1}^*$ — точки переключения с одной линии на другую внутри данной огибающей; $M_{i_l} = M(\tau_{i_l}^*)$, $l = 1, \dots, k$.

У т в е р ж д е н и е 1. Оптимальная структура мощностей включает в себя типы $i_1, i_2, \dots, i_k$, определяемые в соответствии с указанным правилом. Оптимальные объемы мощности $V_{i_l}^* = M_{i_l} - M_{i_{l-1}}$,

$l = 1, \dots, k$. При возрастании спроса в диапазоне от M_{i-1} до M_i он удовлетворяется за счет подключения мощностей типа i_l .

Идея такого решения предложена С. Стофтом (2006 г.) в случае двух типов мощностей. Доказательство следует из приводимого ниже более общего утверждения. Изображенный на рис. 1 пример соответствует случаю с тремя эффективными типами мощности, издержки которых удовлетворяют условиям:

$$c_1^f + c_1^v < c_2^f + c_2^v < c_3^f + c_3^v, \quad c_1^f > c_2^f > c_3^f. \quad (1.1)$$

Мощность типа 1 — новая базовая, ее постоянные издержки (связанные со строительством) максимальны, а суммарные издержки — минимальны. Мощность типа 3 относится к старым пиковым мощностям. Ее постоянные издержки минимальны, так как они уже покрыты в предыдущие периоды. В то же время суммарные издержки для нее максимальны. Мощность 2 — новая пиковая, она имеет промежуточные характеристики, а мощность 4 является неэффективной. Оптимальная структура производственных мощностей для данного примера определяется в соответствии с рис. 2.

Рассмотрим задачу определения оптимального состава генерирующего оборудования в общем случае, когда ограничения производственных мощностей могут быть активными. Опишем формальную идею и алгоритм решения задачи для случая, когда выбор производится из множества генераторов единичной мощности, различающихся значениями издержек, а КПН — кусочно-постоянная функция со значениями, отвечающими целому числу единиц.

Пусть для каждого типа $i \in I$ задано доступное число единиц мощности этого типа $\bar{V}_i$. КПН $M(\tau)$ удовлетворяет условиям:

$$M(0) = \bar{M} < \sum_i \bar{V}_i, \quad M(1) \geq 1.$$

Задачей является отбор $\bar{M}$ единиц $A_M^* = \{a_1^*, \dots, a_{\bar{M}}^*\}$, которые покроют заданный $M(\tau)$ спрос с минимальными суммарными издержками. Для упорядоченного набора $(a_1, \dots, a_{\bar{M}})$, где $a_l \in I$ — тип l -й единицы, издержки составляют

$$C(a_1, \dots, a_{\bar{M}}) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{l=1}^{\bar{M}} (c_{a_l}^f + c_{a_l}^v \tau(l)),$$

где $\tau(l)$ — коэффициент загрузки мощности a_l (доля периода, когда она используется). Он определяется как $\tau(l) = M^{-1}(l)$. При неоднозначности $\tau(l)$ выбирается наибольшее значение.

Множество A допустимых наборов задается условиями $\|l|a_l = i\| \leq \bar{V}_i, i = 1, \dots, k$. Заметим, что для любого $s < \bar{M}$ и множества $(a_1, \dots, a_s)$ суммарные издержки на покрытие нагрузки $\min(M(\tau(s)), s)$ минимальны, если мощности в наборе упорядочены по возрастанию c_a^v . Обозначим через $C(A_s)$ издержки $C(a_1, \dots, a_s)$ для упорядоченного по возрастанию c_a^v набора $(a_1, \dots, a_s)$.

Таким образом, формальной постановкой задачи является нахождение упорядоченного по возрастанию c_a^v набора

$$A_M^* = \arg \min_{A_M \in A} C(A_M). \quad (1.2)$$

Предложен следующий алгоритм выбора. На первом шаге найдем тип $\bar{a}_1$, который удовлетворяет условию $\bar{a}_1 = \arg \min_{a \in I} (c_a^f + c_a^v)$. Проанализируем шаг l , когда определены типы мощностей $\{\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_{l-1}\} = A_{l-1}$. Если $\tau(l) = \tau(l-1)$ и тип a_{l-1} использован не полностью, то положим $a(l) = a(l-1)$. Иначе рассмотрим задачу

$$\bar{a}_l = \arg \min_{a \in I} (c_a^f + c_a^v \tau(l)). \quad (1.3)$$

Если оптимальный тип использован не полностью, то положим $A_l = A_{l-1} \cup \{\bar{a}_l\}$. В противном случае для всякого $j = 1, \dots, l$ найдем тип $a_{j,l}$, реализующий $\min_{a \in I(l)} (c_a^f + c_a^v \tau(j))$, где $I(l)$ – оставшиеся к шагу l типы мощности. Из них выберем

$$\bar{a} = \arg \min_{j \in \{1, \dots, l\}} C(A_{l-1} \cup \{a_{j,l}\}) \quad (1.4)$$

и положим $A_l = A_{l-1} \cup \{\bar{a}_l\}$.

Таким образом, пересчет оптимального типа происходит либо при изменении $\tau(l)$, либо при исчерпании текущего оптимального типа мощности. В первом случае решается задача упорядочивания типов мощности при новом значении $\tau(l)$. При небольшом числе типов ее можно заранее решить, исходя из графиков средних издержек, и определить интервалы τ , в которых порядок остается постоянным. Число таких интервалов – не более чем число пересечений этих графиков плюс один. Так, рис. 1 соответствует шесть интервалов. Наиболее трудоемким является случай, когда все типы эффективные ($n(n-1)/2 + 1$ интервалов).

При исчерпании текущего оптимального типа надо перебрать оптимальные среди оставшихся типов для $\tau(i)$, $i = 1, \dots, l$, пользуясь уже известными упорядочениями, и выбрать текущий новый оптимальный тип. Число сравниваемых вариантов не превышает числа оставшихся типов, а общее число таких задач не превосходит $n(n-1)/2$. Таким образом, алгоритм является полиномиальным относительно числа типов, а общее число операций имеет порядок n^3 . Если же число T разных значений продолжительности нагрузки мало, то трудоемкость алгоритма имеет порядок Tn^2 .

У т в е р ж д е н и е 2. Набор мощностей $A_{\bar{M}}$, определяемый в соответствии с описанным алгоритмом, является решением задачи (1.2).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Рассмотрим набор A_l , полученный на шаге l описанного выше алгоритма. Покажем с помощью индукции, что $A_l \subseteq A_s^*$, $s = l, \dots, \bar{M}$ (где $A_s^* = \arg \min_{A_s \subseteq A} C(A_s)$). Откуда будет следовать доказываемое утверждение.

Шаг 1: $\bar{a}_1 = \arg \min_{a \in A} (c_a^f + c_a^v)$ и $A_1 = \{\bar{a}_1\}$. Покажем, что $\bar{a}_1 \in A_s^*$ при $s = 1, \dots, \bar{M}$. Действительно, если для некоторого s $\bar{a}_1 \notin A_s^*$, то при замене в упорядоченном по возрастанию c_a^v наборе $(a_1^*, \dots, a_s^*)$ переменной a_1^* на $\bar{a}_1$ издержки уменьшатся, что противоречит определению A_s^* .

Шаг 2: $A_2 = \{\bar{a}_1, \bar{a}_2\}$. Согласно шагу 1, $\bar{a}_1 \in A_s^*$ при $s = 2, \dots, \bar{M}$. Покажем, что $\bar{a}_2 \in A_s^*$ при $s = 2, \dots, \bar{M}$. Если $\bar{a}_2$ – решение (1.3), то, так же как и для шага 1 (в силу симметричности задачи), $\bar{a}_2 \in A_s^*$, $s = 2, \dots, \bar{M}$. Если $\bar{a}_2$ – решение (1.4), то либо $\bar{a}_2 = a_{1,2} = \arg \min_{a \in A \setminus \{\bar{a}_1\}} (c_a^f + c_a^v \tau(1))$, либо $\bar{a}_2 = a_{2,2} = \arg \min_{a \in A \setminus \{\bar{a}_1\}} (c_a^f + c_a^v \tau(2))$ (в зависимости от соотношения между $C(\{\bar{a}_1, a_{1,2}\})$ и $C(\{\bar{a}_1, a_{2,2}\})$), и в любом случае $\bar{a}_2$ реализует $\min_{a \in A \setminus \{\bar{a}_1\}} C(\{\bar{a}_1, a\})$. Предположим, что для некоторого $s = 2, \dots, \bar{M}$ $\bar{a}_2 \notin A_s^*$. Если в упорядоченном по возрастанию c_a^v наборе $(a_1^*, \dots, a_s^*)$ имеем $\bar{a}_1 \in \{a_1^*, a_2^*\}$, то при замене второй компоненты этого подмножества на $\bar{a}_2$ суммарные издержки уменьшатся, так как $\bar{a}_2 = \arg \min_{a \in A \setminus \{\bar{a}_1\}} C(\{\bar{a}_1, a\})$. Если же в наборе $(a_1^*, \dots, a_s^*)$ имеет место $\bar{a}_1 \notin \{a_1^*, a_2^*\}$, то в силу того, что $\bar{a}_2 = a_{1,2}$ либо $\bar{a}_2 = a_{2,2}$, при замене соответствующей компоненты a_1^* либо a_2^* на $\bar{a}_2$ суммарные издержки уменьшатся. Это противоречит определению A_s^* .

Шаг $l > 2$: $A_l = A_{l-1} \cup \{\bar{a}_l\}$. Рассуждая аналогично шагу 2, несложно видеть, что если $A_{l-1} \subseteq A_s^*$ для $s = l, \dots, \bar{M}$, то для $\bar{a}_l$, определяемого в соответствии с алгоритмом, также справедливо $\bar{a}_l \in A_s^*$ $s = l, \dots, \bar{M}$.

2. Анализ некоторых вариантов организации рынка. С 2011 г. правила функционирования российского рынка мощности стали близки к аукциону единой цены. На таком аукционе каждый поставщик определяет предлагаемый объем товара (электроэнергии или мощности) в зависимости от цены. Согласно действующим на рынке правилам, заявка должна соответствовать неубывающей ступенчатой функции. Потребители в случае неэластичного спроса характеризуются желаемым объемом товара, а цена на рынке определяется из баланса спроса и суммарного пред-

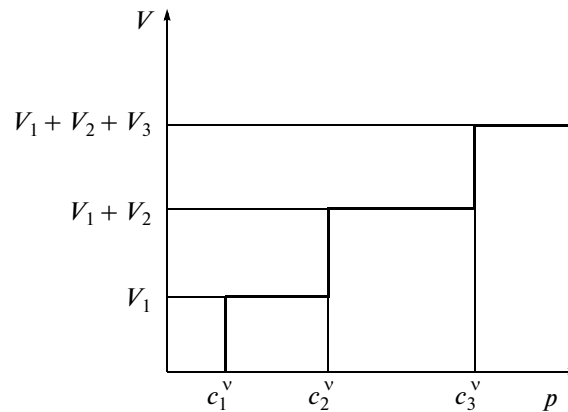


Рис. 3. Функция предложения на РСВ

ложения. В условиях совершенной конкуренции оптимальная заявка участника соответствует его теоретической функции предложения, которая каждой цене сопоставляет объем производства, дающий максимальную прибыль (за вычетом издержек на производство товара) при его продаже по этой цене [7].

Сначала исследуем механизм, которому соответствует аукцион единой цены как на рынке мощности (КОМ), так и на рынке электроэнергии (РСВ), и выясним, когда такая архитектура позволяет обеспечить оптимальный отбор генерирующих мощностей. Продолжим исследовать пример с тремя типами мощностей, которые удовлетворяют условию (1.1). Рассмотрим вторую стадию взаимодействия — РСВ при фиксированных мощностях $\vec{V} = (V_1, V_2, V_3)$ каждого типа. В данном случае оптимальная заявка любого участника РСВ, владеющего генератором типа i , — подавать весь производимый объем по цене c_i^v . Таким образом, суммарная функция предложения на РСВ имеет следующий вид (см. рис. 3).

Следовательно, в зависимости от уровня спроса равновесная цена на РСВ принимает одно из значений $c_i^v, i = 1, \dots$. Пусть $\theta_i(\vec{V})$ обозначает долю периода, когда эта цена равна $c_i^v, i = 1, \dots$. Эти периоды определяются с помощью обратной КПН функции $\tau(M)$ следующим образом: $\theta_1(\vec{V}) = 1 - \tau(V_1)$, $\theta_2(\vec{V}) = \tau(V_1) - \tau(V_1 + V_2)$, $\theta_3(\vec{V}) = \tau(V_1 + V_2)$. Для каждого производителя с новой базовой мощностью ($i = 1$) средняя прибыль на единицу мощности на РСВ составит $P_1(\vec{V}) = \theta_2(\vec{V})(c_2^v - c_1^v) + \theta_3(\vec{V})(c_3^v - c_1^v)$. Для производителя с новой пиковой мощностью $P_2(\vec{V}) = \theta_3(\vec{V})(c_3^v - c_2^v)$. Для производителя со старой пиковой мощностью $P_3(\vec{V}) = 0$.

Теперь рассмотрим аукцион единой цены на рынке мощности. Оптимальная заявка участника КОМ, владеющего мощностью типа i , — предлагать всю имеющуюся мощность по цене, равной удельным издержкам. Удельные издержки для мощности типа i с учетом ожидаемой прибыли на РСВ составляют $(c_i^f - P_i(\vec{V}))$. Таким образом, конкурентная заявка на КОМ для владельцев генераторов типа 1 — это $(c_1^f - P_1(\vec{V}))$, типа 2 — $(c_2^f - P_2(\vec{V}))$, для владельцев генераторов типа 3 заявка равна c_3^f . Если ограничения производственной мощности не являются активными, то равновесная конкурентная структура мощностей удовлетворяет условиям: $c_3^f = c_2^f - \tau(V_1 + V_2)(c_3^v - c_2^v) = c_1^f - (\tau(V_1) - \tau(V_1 + V_2))(c_2^v - c_1^v) - \tau(V_1 + V_2)(c_3^v - c_1^v)$. Единственным решением этой системы является $\tau(V_1 + V_2) = \tau_2^*$, $\tau(V_1) = \tau_1^*$, и равновесная структура — это решение задачи оптимального состава генерирующего оборудования согласно утверждению 1. Аналогичное утверждение справедливо и в общем случае (для произвольного количества типов мощностей).

Существенным недостатком данного механизма является то, что оптимальная заявка агента a , располагающего производственной мощностью типа i , зависит не только от его постоянных издержек, но и от значения его ожидаемой прибыли на РСВ, которая в свою очередь зависит от параметров других агентов. Таким образом, в КОМ могут быть выбраны не агенты с минимальными значениями постоянных издержек, а те, кто лучше информированы о параметрах конку-

ренгов. Предположим, что внутри каждого типа $i = 1, \dots, 3$ все единичные генерирующие мощности имеют одинаковые постоянные издержки c_i^f , но незначительно отличаются по $c_a^v, a \in A_i$. Тогда оптимальная структура схожа со случаем с полностью однородными типами: соотношение $V_1^*/V_2^*/V_3^*$ остается таким же, мощности с минимальными значениями c_a^v должны отбираться внутри каждого типа. Средняя прибыль мощности a на РСВ теперь зависит от c_a^v и распределения других мощностей по этим издержкам. Если мощность однозначно эффективна, то она может исходить из завышенной оценки средней прибыли на РСВ при формировании своей заявки на КОМ, не неся при этом потерь. Но для мощностей с издержками, близкими к пороговым, точная оценка прибыли на РСВ — проблема. Если мы рассмотрим аукцион с оплатой по заявкам для рынка мощности, то ситуация становится еще хуже. Для того чтобы получить конкурентную равновесную прибыль, каждой фирме необходимо точно угадать свою прибыль на РСВ.

Таким образом, обе исследованные конструкции не позволяют эффективно производить отбор генерирующих мощностей даже в условиях совершенной конкуренции. Между тем, структура аукциона, который может реализовать такой отбор, достаточно проста.

3. Аукцион, обеспечивающий выбор оптимального состава мощностей. Рассмотрим правила аукциона, которые обеспечивают выбор оптимального состава мощностей при условии совершенной конкуренции. Пусть структура рынка соответствует следующим условиям: каждый производитель $a \in A$ может предложить одну единичную мощность с характеристиками (c_a^f, c_a^v) , которые являются его частной информацией, а КПН — кусочно-постоянная функция со значениями, отвечающими целому числу единиц. Генератор a предлагает одну единичную мощность, указывая ее характеристики как (p_a^f, p_a^v) . Аукционер обрабатывает заявки в соответствии с описанным в разд. 1 алгоритмом и отбирает $\bar{M}$ мощностей $(a_1, \dots, a_{\bar{M}})$. Каждый отобранный производитель a_i несет издержки $c_{a_i}^f + c_{a_i}^v \tau(l)$ и получает оплату в размере

$$p_{a_i}^f + \tau(l)p_{a_i}^v + \max_{s=1, \dots, \bar{M}} (p_{a_s}^f + \tau(s)p_{a_s}^v - p_{a_i}^f - \tau(s)p_{a_i}^v). \quad (3.1)$$

Первое слагаемое (3.1) гарантирует участникам аукциона компенсацию их затрат при честном поведении, когда $(p_a^f, p_a^v) = (c_a^f, c_a^v)$. Предполагается, что любой производитель может подать заявку на ε меньше, чем l -я единица мощности, и получить ее оплату, если при этом не изменится цена. Второе слагаемое делает невыгодным подобное поведение. Это правило обобщает условия аукциона единой цены однородного товара для рынка мощности: все единицы мощности с одинаковым коэффициентом загрузки оплачиваются по единым ставкам, соответствующим той единице среди них, у которой максимальное значение издержек.

Для рынка однородного товара под условиями совершенной конкуренции понимают такую ситуацию, когда никакая отдельная фирма не может изменить рыночную цену, меняя свою стратегию. В рассматриваемой модели аналог этого свойства можно сформулировать так: в оптимальном наборе для любой продолжительности нагрузки максимальные издержки среди единиц, работающих с этой продолжительностью, не возрастают, если изменить параметры любой отдельной единицы. Такая ситуация имеет место, если для каждого τ указанный максимум реализует единица избыточного типа, для которого часть единиц не входит в оптимальный набор мощностей.

У т в е р ж д е н и е 3. В условиях совершенной конкуренции стратегия каждого производителя в равновесии Нэша на таком аукционе — подать заявку (c_a^f, c_a^v) . Отобранный набор мощностей $(a_1, \dots, a_{\bar{M}})$ является решением задачи (1.2).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Поясним идею на следующем примере. Пусть $M(\tau') = M_2$ для $\tau' \leq \bar{\tau}$, $M(\tau') = M_1$ для $\bar{\tau} < \tau' \leq 1$. Таким образом, базовые мощности в объеме M_1 должны работать постоянно, а пиковые мощности в объеме $M_2 - M_1$ необходимы в течение времени $\bar{\tau}$ за период.

Рассмотрим случай, когда худшие типы мощностей используются как базовые мощности и пиковые мощности (типы 2 и 4 соответственно), не обеспечивая минимальных издержек в наборе A (см. рис. 4).

Тогда поскольку аукцион отбирает оптимальную структуру мощностей при честных заявках, то каждая мощность, такая, что $c_a^f + c_a^v < v_1 = c_3^f + c_3^v$ и $c_a^v < c_0^v = (v_1 - v_\tau)/(1 - \tau)$, будет работать как базовая и получать платеж v_1 . Обозначим через $\bar{V}_1$ число таких единиц. Каждая мощность, у ко-

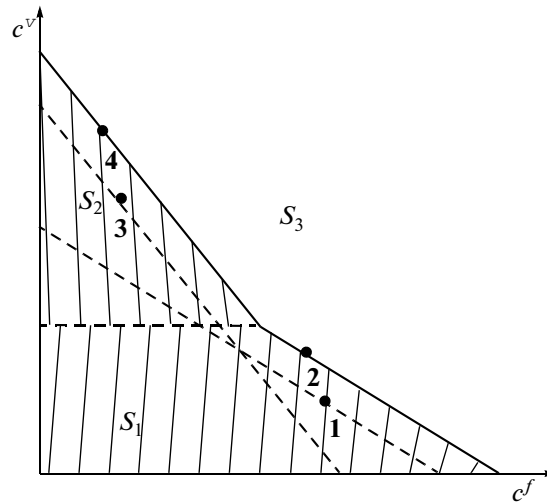


Рис. 4. Худшие типы мощностей в качестве базовых и пиковых мощностей

торой $c_a^f + c_a^v \tau < v_\tau = c_4^f + c_4^v \tau$ и $c_a^v > c_0^v$, будет использоваться как пиковая мощность и получать платеж v_τ . Пусть $\bar{V}_2$ будет числом таких единиц (предполагаем, что не существует мощностей с $c_a^v = c_0^v$). Условия совершенной конкуренции в данном случае формально те же, что и в предыдущем. Покажем, что стратегия с честными заявками является равновесием Нэша. Рассмотрим $\bar{a}$, такую, что $(c_{\bar{a}}^f, c_{\bar{a}}^v) \in S_1$. Если $(p_{\bar{a}}^f, p_{\bar{a}}^v) \in S_1$, то результат не изменится: платеж этой мощности — v_1 , а издержки останутся $c_{\bar{a}}^f + c_{\bar{a}}^v$. Если $(p_{\bar{a}}^f, p_{\bar{a}}^v) \in S_2$, то некоторые мощности $a' \in A_3$ заменятся на a как на базовые мощности, $\bar{a}$ заменит некоторую мощность $a \in A_4$, получит v_τ и понесет потери в прибыли, так как $v_1 - c_{\bar{a}}^f - c_{\bar{a}}^v > v_\tau - c_a^f - c_a^v \tau$. Итак, если $(p_{\bar{a}}^f, p_{\bar{a}}^v) \in S_3$, то $\bar{a}$ не используется и, очевидно, теряет прибыль. Проверка оставшихся вариантов схожа с рассуждениями, приведенными выше.

Получим более точное условие отсутствия рыночной власти у отдельной фирмы. Пусть $A_{\bar{M}} = (\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_{\bar{M}})$ — оптимальный состав мощностей, $I^* = \{1, \dots, K\}$ — входящие в него типы, упорядоченные по возрастанию переменных издержек c_i^v . Обозначим через $l_i^{\min}$ и $l_i^{\max}$ минимальный и максимальный номера мощности в наборе $A_{\bar{M}}$, принадлежащей типу i . В силу упорядочения мощностей по переменным издержкам все мощности с промежуточными номерами ($l_i^{\min} \leq l \leq l_i^{\max}$) также относятся к типу i , $V_i^* = l_i^{\max} - l_i^{\min} + 1$ — количество единиц мощности типа i в наборе $A_{\bar{M}}$, $\sum_{i \in I^*} V_i^* = \bar{M}$. Отметим, что если $V_i^* < \bar{V}_i \forall i \in I^*$, то ни одна единица не имеет рыночной власти, так как каждая единица типа i , подавая заявку (c_i^f, c_i^v) , получает по правилам аукциона нулевую прибыль. Будем называть тип $i \in I^*$ *избыточным*, если $V_i^* < \bar{V}_i$, и *дефицитным*, если $V_i^* = \bar{V}_i$.

У т в е р ж д е н и е 4. Пусть для каждого дефицитного типа выполнены следующие условия:

$$\tau(l_i^{\max}) = \tau(l_i^{\max} + 1), \quad (3.2)$$

$$\tau(l_i^{\min}) = \tau(l_i^{\min} - 1). \quad (3.3)$$

Тогда набор заявок (c_a^f, c_a^v) , $a \in A$, образует ситуацию равновесия в игре, соответствующей данному аукциону.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Сначала рассмотрим случай с двумя типами мощности. Пусть в оптимальной структуре мощностей тип 1 — дефицитный, а тип 2 — избыточный. При честной заявке

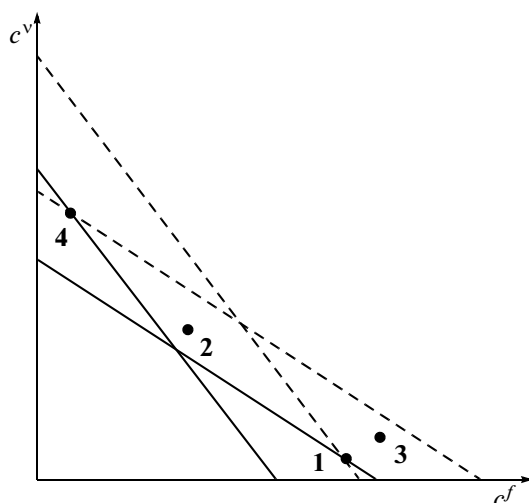


Рис. 5. Пример структуры рынка с различными типами мощностей

тип 1 получит прибыль $\pi_1(c_1^f, c_1^v) = (c_2^f - c_1^f) + \tau(\bar{V}_1 + 1)(c_2^v - c_1^v)$. В случае манипулирования максимальная прибыль при подаче заявки $(c_2^f - \varepsilon, c_2^v - \varepsilon)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ составляет $\pi_1(c_2^f, c_2^v) = (c_2^f - c_1^f) + \tau(\bar{V}_1)(c_2^v - c_1^v) \geq \pi_1(c_1^f, c_1^v)$, так как $\tau(\bar{V}_1) \geq \tau(\bar{V}_1 + 1)$. Величины совпадают, если продолжительность нагрузки для $\bar{V}_1$ и $\bar{V}_1 + 1$ одинакова, т.е. условие совершенной конкуренции в данном случае $\tau(\bar{V}_1) = \tau(\bar{V}_1 + 1)$.

Исходя из аналогичных рассуждений, определим условия совершенной конкуренции в общем случае, учитывая, что при сокращении в оптимальной структуре численности некоторого типа прочие отобранные мощности сохраняются и в новом оптимальном наборе.

1. Собственник избыточного типа не имеет рыночной власти.

2. Если дефицитный тип i граничит с избыточным, то необходимыми условиями отсутствия рыночной власти являются:

$$\tau(l_i^{\max}) = \tau(l_i^{\max} + 1) \text{ — если избыточный тип справа от дефицитного;}$$

$$\tau(l_i^{\min}) = \tau(l_i^{\min} - 1) \text{ — если избыточный тип слева от дефицитного.}$$

3. Если дефицитный тип граничит с двумя избыточными, то при сокращении численности типа i на единицу в оптимальной структуре сдвинется на либо $l_i^{\max}$, либо $l_i^{\min}$. Указанное в п. 2 условие должно выполняться на соответствующей границе. Достаточно, чтобы выполнялись оба условия.

4. Пусть слева от дефицитного типа i — избыточный тип, а справа — другой дефицитный. В общем случае выполнения условий п. 2 на обеих границах типа i недостаточно для того, чтобы у него не было рыночной власти, так как производитель типа i может выиграть, заменяя в новой структуре единицу мощности некоторого другого типа, не являющегося соседним. Например, если при сокращении численности типа i сдвинется граница $l_i^{\max}$, то производителю типа i может оказаться выгодным заменить единицу типа $i + 2$. Но если условия п. 2 выполнены на границах всех дефицитных типов, то этого достаточно для того, чтобы ни у кого из собственников дефицитных типов не было рыночной власти.

Описанная в утверждении 4 ситуация типична, если кривая продолжительности нагрузки кусочно-постоянна с небольшим числом ступеней.

Рассмотрим пример структуры рынка, соответствующий рис. 5. В этом случае имеется три типа мощностей с ограниченными объемами выпуска $\bar{V}_i$, $i = 1, 2, 4$, и третий тип мощностей без ограничения на максимальный объем. Спрос на электроэнергию характеризуется следующей КПН: M_1 единиц мощности требуется всегда ($\tau = 1$), объем $\bar{M} - M_1$ требуется на $1/4$ периода. Мощности типа 1 являются оптимальными как базовые, типа 4 — как пиковые, типа 2 — вторые по оптимальности для обоих коэффициентов загрузки, но $c_3^v < c_2^v$, $c_3^f + c_3^v < c_4^f + c_4^v$. Оптимальная

структура мощностей и равновесие Нэша на аукционе зависят от соотношения между параметрами. Рассмотрим типичные случаи и укажем решение задачи об оптимальной структуре мощностей, согласно утверждению 2. Возможны следующие варианты.

1. $M_1 < \bar{V}_1$, $\bar{M} - M_1 < \bar{V}_4$. В этом случае $V_1^* = M_1$, $V_4^* = \bar{M} - M_1$, в равновесии Нэша все производители получают нулевую прибыль.

2. $M_1 > \bar{V}_1$, $\bar{M} - M_1 > \bar{V}_4$, $\bar{M} < \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_4$. Тогда мощности типа 1 полностью загружены как базовые, типа 4 — как пиковые, типа 2 — для обеих целей, $V_2^* = \bar{M} - \bar{V}_1 - \bar{V}_4$. Равновесная прибыль для каждой единицы мощности типа 1 равна $(c_2^f - c_1^f + c_2^v - c_1^v)$, для типа 4 — $(c_2^f - c_4^f + (c_2^v - c_4^v)/4)$. Мощности типа 2 получают нулевую прибыль.

3. $\bar{M} - M_1 > \bar{V}_2 + \bar{V}_4$, $\bar{M} < \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_4$. Тогда $V_2^* = \bar{V}_2$, $V_4^* = \bar{V}_4$, $V_1^* = \bar{M} - \bar{V}_2 - \bar{V}_4$. Равновесные прибыли для единиц мощностей типов $i = 2, 4$ — $(c_1^f - c_i^f + (c_1^v - c_i^v)/4)$. Мощности типа 1 получают нулевую прибыль.

4. $\bar{M} - M_1 < \bar{V}_4$, $M_1 > \bar{V}_1 + \bar{V}_2$, $\bar{M} > \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_4$. Тогда $V_4^* = \bar{M} - M_1$, $V_3^* = M_1 - \bar{V}_1 - \bar{V}_2$. Мощности типа 3 и 4 получают нулевую прибыль. Каждая единица типа $i = 1, 2$ получает $(c_3^f - c_i^f + c_3^v - c_i^v)$.

5. $\bar{M} - M_1 > \bar{V}_4$, $\bar{M} > \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_4$. В этом случае $V_3^* = \bar{M} - \bar{V}_1 - \bar{V}_2 - \bar{V}_4$, тип 3 в первую очередь используется как базовая мощность. Тип 2 — в первую очередь как пиковая мощность. Если $\bar{M} - M_1 < \bar{V}_2 + \bar{V}_4$, то остаток $\bar{V}_2 + \bar{V}_4 - (\bar{M} - M_1)$ мощности типа 2 применяется как базовая мощность. Равновесные прибыли зависят от соотношений между: $\bar{M} - M_1$ и $\bar{V}_2 + \bar{V}_4$; M_1 и $\bar{V}_1$. Если $\bar{M} - M_1 < \bar{V}_2 + \bar{V}_4$, то каждая единица типа $i = 1, 2$ получает прибыль $(c_3^f - c_i^f + c_3^v - c_i^v)$, типа 4 — $(c_2^f - c_4^f + (c_2^v - c_4^v)/4)$. В другом случае, если $M_1 > \bar{V}_1$, то единица типа 1 получает то же значение, единицы типов $i = 2, 4$ зарабатывают $(c_3^f - c_i^f + (c_3^v - c_i^v)/4)$. Если же $M_1 < \bar{V}_1$, то единицы типов $i = 1, 2, 4$ получают $(c_3^f - c_i^f + (c_3^v - c_i^v)/4)$.

Заключение. Проведенный в данной работе анализ механизмов рынка электроэнергии и мощности, использовавшихся в России, выявил их недостатки: даже в условиях совершенной конкуренции эти механизмы не реализуют отбор оптимального состава мощностей при реалистичных предположениях об информированности участников рынка. Об этом же свидетельствует и экономическая статистика.

Российский рынок мощности обеспечил возмещение постоянных издержек для существующих мощностей, но, несмотря на большой приток финансового капитала, не стимулировал создание новых мощностей в 2007–2010 гг. В итоге правительство применило административное давление, чтобы обеспечить создание новых мощностей с 2011 г. Экономическая эффективность этих инвестиций сомнительна. Российский опыт взаимодействия правительства с бизнесом в других областях не дает поводов для оптимизма.

Помимо упомянутого в разд. 2, еще один важный недостаток действующей структуры рынка состоит в том, что отбор мощности производится на периоды, равные одному году. Например, в 2011 г. должны быть отобраны мощности на 2012–2015 гг. Если новая мощность отобрана на 2014, 2015 гг., ее создание занимает 3 года, а полная компенсация постоянных издержек возможна через 5 лет эксплуатации, то инвестор сталкивается с серьезной проблемой. Нет никаких механизмов, которые гарантируют отбор этой мощности после 2015 г. В настоящей работе описан механизм аукциона, обеспечивающий отбор оптимального состава мощностей с учетом постоянных и переменных затрат на производство энергии существующих и новых типов мощностей.

Оптимальное поведение производителя на рассмотренном в разд. 3 аукционе является простым, соответствует известному принципу предпочтений (revelation principle) [8] и не требует дополнительной информации, кроме как информации о собственных производственных издержках. Для практического внедрения следует обобщить предложенный алгоритм и правила аукциона для КПН общего вида и генераторов, характеризуемых наименьшим и наибольшим объемом возможного выпуска. Проблема рыночной силы в общем случае, конечно, остается. Одной из возможностей решить ее является применение аукциона типа Викри вместо аукциона единой цены. Работа [9] приводит некоторые аргументы в пользу такого решения.

Проблема оптимальной организации рынка электроэнергии нуждается в дальнейшем исследовании. Для рассмотренных вариантов организации рынка необходимо изучить вопросы возможности использования рыночной силы крупными компаниями, а также сравнить с альтерна-

тивными вариантами организации рынка. Отметим, что необходимость существования рынка мощности обычно объясняют нехваткой возмещения постоянных издержек производителям, располагающим пиковыми мощностями в условиях конкурентного рынка с неэластичным спросом. Однако С. Стофт (2006 г.) говорит о том, что рынок мощности не является необходимым для эффективной структуры рынка электроэнергии. Пиковые мощности могут покрывать свои постоянные издержки в те редкие периоды, когда спрос превышает общую доступную мощность и цена равна стоимости, потерянной из-за нехватки мощности. Такой механизм применяется на австралийском рынке. С. Стофт также рассматривает другие механизмы для определения пиковых периодов и определения цены в эти периоды. В этом случае пиковым периодом является время, когда объем резервной мощности меньше, чем заданная доля от общей мощности (например, менее 10%). Цена для таких периодов фиксирована, и пиковые мощности могут покрыть свои постоянные издержки в течение года. Определение оптимальных параметров для такого рынка с учетом фактора рыночной силы является актуальной задачей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Давидсон М.Р., Догадушкина Ю.В., Крейнс Е.М. и др. Математическая модель управления энергосистемой в условиях конкурентного оптового рынка электроэнергии и мощности в России // Изв. РАН. ТиСУ. 2009. № 2. С. 84–94.
2. Прогнозный баланс электроэнергетики на 2009–2015 и 2020 г. (основные положения). М.: ЗАО “Агентство по прогнозированию балансов в электроэнергетике (АПБЭ)”, 2009. 387 с.
3. Постановление Правительства РФ от 28.06.2008 г. № 476 “О внесении изменений в некоторые постановления Правительства Российской Федерации по вопросам организации конкурентной торговли генерирующей мощностью на оптовом рынке электрической энергии (мощности)”.
4. Постановление Правительства РФ от 27.12. 2010 г. № 1172 “Об утверждении Правил оптового рынка электрической энергии и мощности и о внесении изменений в некоторые акты Правительства Российской Федерации по вопросам организации функционирования оптового рынка электрической энергии и мощности”.
5. Давидсон М.Р., Догадушкина Ю.В., Крейнс Е.М. и др. Математическая модель конкурентного оптового рынка электроэнергии в России // Изв. РАН. ТиСУ. 2004. № 3. С. 72–83.
6. Стофт С. Экономика энергосистем. Введение в проектирование рынков электроэнергии. М.: Мир, 2006. 623 с.
7. Васин А.А., Морозов В.В. Теория игр и модели математической экономики. М.: МАКС Пресс, 2005. 272 с.
8. Myerson R. Optimal Auction Design // Mathematics of Operations Research. 1981. V. 6. № 1. P. 58–73.
9. Vasin A., Vasina P. Electricity Markets Analysis and Design // Working Paper # 2006/053. М.: New Economic School, 2006. 23 p.