



Поляков В.И.

группа ЗК-19, ГГФ, ДонНТУ

e-mail: Vladpolyakov365@mail.ru

Руководитель: Прокопенко Наталья Анатольевна

к.пед.наук., ст. преподаватель

кафедры высшей математики, ДонНТУ

e-mail: pronatan@rambler.ru

ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ФОРМУЛЫ НЬЮТОНА – ЛЕЙБНИЦА И ЕЁ ЗНАЧЕНИЕ В МАТЕМАТИКЕ

Введение. Формула Ньютона – Лейбница, или основная теорема математического анализа, даёт соотношение между двумя операциями: взятием интеграла Римана и вычислением первообразной для данной функции.

Впервые формулу Ньютона-Лейбница мы встречаем в 11 классе, но рассматриваем её поверхностно. Более подробно и детально мы знакомимся с ней на 1-м курсе университета при изучении раздела высшей математики: интегрирование.

Рассмотрим формулу Ньютона – Лейбница.

Определенный интеграл от непрерывной на отрезке $[a; b]$ функции $f(x)$ равен разности значений первообразной этой функции $F(x)$ для верхней и нижней границ интегрирования:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

В этой формуле a и b называются пределами интегрирования. Нижний предел - a , верхний - b . Функция $f(x)$ - это подынтегральная функция.

Определённый интеграл применяется для решения задач геометрии, механики, экономики и других наук. Задачи бывают разных типов. Например, существуют задачи, для решения которых достаточно найти приближенное значение определенного интеграла, тогда применяют метод Симпсона, трапеций, прямоугольников. Но, если нам нужно точное значение определенного интеграла, то наряду с методами интегрирования: замена переменной и формулой интегрирования по частям, мы пользуемся исключительно формулой Ньютона-Лейбница.

Постановка задачи. *Цель исследования* – систематизировать путь происхождения формулы Ньютона-Лейбница.

Задачи исследования – исследовать и классифицировать сведения об достижениях ученых, участвовавших в получении формулы; выяснить следствия

формулы и её практическое применение.

Методы исследования – систематизация справочной и научной литературы.

Результаты. До Ньютона и Лейбница можно выделить две независимые линии в истории математического анализа: кинематическую, которая ведёт к Ньютону через Платона, Архимеда, Галилея, Кавальери и Барроу, и атомистическую, к Лейбницу через Демокрита, Кеплера, Ферма, Паскаля и Гюйгенса.

Практически одновременно выдвинули свои версии теории дифференциального и интегрального исчисления Исаак Ньютон (1642—1727) и Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646—1716). Спор о приоритете открытия дифференциального и интегрального исчисления между Ньютоном и Лейбницем остаётся актуальным и по сей день.

Свою версию теории Ньютон создал ещё в 1665—1666 годах, однако не публиковал её до 1704 года. Независимо от него Лейбниц разработал свой вариант дифференциального исчисления (с 1675 года), хотя первоначальный толчок, вероятно, его мысль получила из слухов о том, что такое исчисление у Ньютона уже имеется, а также благодаря научным беседам в Англии и переписке с Ньютоном. В отличие от Ньютона, Лейбниц сразу опубликовал свою версию и в дальнейшем, вместе с Якобом и Иоганном Бернулли, широко пропагандировал это открытие по всей Европе. Большинство учёных на континенте не сомневались, что анализ открыл Лейбниц. Когда Ньютон решил опубликовать свои труды на эту тему, возник вопрос о приоритете совершённого открытия. Ожесточённый спор не завершился со смертью Лейбница и продолжался усилиями сторонников основных участников, прекратившись только со смертью Ньютона.

Полярные точки зрения по поводу приоритета Ньютона или Лейбница высказывались историками математики вплоть до начала XX века. С середины прошлого века существенно возросло число известных источников, и современные исследователи пришли к выводу о том, что Ньютон и Лейбниц совершили свои открытия независимо друг от друга. В вопросе, чей вклад в возникновение математического анализа был решающим, историки математики склоняются либо к компромиссной точке зрения о том, что это произошло в результате работы многих поколений математиков, либо же признают решающей роль учителя Ньютона Исаака Барроу (1630—1677), чьи труды были известны также Лейбницу.

По мнению многих учёных первооткрывателем следует признать Барроу, а Ньютон и Лейбниц лишь придали его идеям алгебраическую форму.

Барроу первым осознал, что задача о касательных обратна по отношению к задаче о квадратурах.

Задача о квадратуре круга заключается в нахождении способа построения с помощью циркуля и линейки (без шкалы с делениями) квадрата, равновеликого по площади данному кругу. Наряду с трисекцией угла и удвоением куба, является

одной из самых известных неразрешимых задач на построение с помощью циркуля и линейки.

Задача о касательных заключается в проведении касательной к данной кривой в данной точке и считается решённой, если будет найден угловой коэффициент касательной.

Для создания математического анализа неизбежно требовалось признать, что задачи о касательной и о квадратуре являются обратными друг другу. Говоря современным языком, необходимо было показать, что дифференцирование и интегрирование — взаимно обратные операции. Приверженность Барроу геометрическому подходу в изложении и отсутствие изложения в терминах переменной и функции не позволили большинству читателей оценить значение этой связи. Утверждается, что Ньютон даже никогда не оспаривал приоритет Барроу в открытии формулы Ньютона - Лейбница. Сам Барроу являлся учителем Ньютона и тот отчетливо изучал его труды.

Основы дифференциального исчисления были заложены Ньютоном и Лейбницем в конце 17 столетия, хотя ещё раньше понятие производной встречалось в работах итальянского математика Тартальи (около 1500-1557 гг.) — здесь появилась касательная в ходе изучения вопроса об угле наклона орудия, при котором обеспечивается наибольшая дальность полета снаряда.

В своём труде «Метод флюксий» Исаак Ньютон описывает это правило применительно к квадратуре кривых, сформулировав теорему: «Для получения должного значения площади, прилегающей к некоторой части абсциссы, эту площадь всегда следует брать равной разности значений z (первообразной), соответствующих частям абсцисс, ограниченным началом и концом площади».

Лейбниц вывел аналогичное правило только в своей трактовке с использованием новой и такой привычной для нас символики: d — бесконечно малая разность, $\int$ — интеграл (это обозначение введено учеником Лейбница И. Бернулли, с согласия Лейбница). Запись данных формул в современном виде у выдающихся учёных к сожалению отсутствуют, поскольку обозначение определённого интеграла появилось гораздо позже, у Фурье в начале XIX века:

$$F(\omega) = \int_a^b K(x, \omega) f(x) dx$$

Современную формулировку привёл Лакруа в начале XIX века.

Значение формулы Основная теорема анализа устанавливает связь между дифференциальным и интегральным исчислениями. Понятие первообразной (а значит, и неопределённого интеграла) определяется через понятие производной и, таким образом, относится к дифференциальному исчислению. В то время как понятие определённого интеграла Римана формализуется как предел, к которому сходится так называемая интегральная сумма. Оно независимо от понятия производной и относится к другой ветви анализа - интегральному исчислению. Формула Ньютона - Лейбница же позволяет выразить определённый интеграл через первообразную.

Выводы. Длительное изучение вопроса привело историков математики к выводу, что основы анализа бесконечно малых были открыты Ньютоном и Лейбницем независимо, причем несомненно, что открытие Ньютона сделано несколькими годами раньше. Но теория приобрела силу только после того, как Лейбницем было доказано, что дифференцирование и интегрирование — взаимно обратные операции. Об этом свойстве хорошо знал и Ньютон, но только Лейбниц увидел здесь ту замечательную возможность, которую открывает применение математического анализа. А в науке их имена стоят рядом — например, в названии формулы Ньютона — Лейбница.

В наше время в каждом ВУЗе изучается курс Высшей математики, где дифференцирование и интегрирование функций является основным аппаратом, с помощью которого возможно изучение этого предмета. А формула Ньютона-Лейбница позволяет быстро вычислять определенный интеграл, площади плоских фигур, длины плоских кривых, объем тела вращения, а также используется при решении механических задач. Стоит отметить, что вклад в открытие данной формулы также принадлежит математикам прошлых столетий, которые подтолкнули выдающихся учёных к великому прорыву в области математического анализа. Также, в качестве следствий этой теоремы можно назвать формулу замены переменных, теорему о разложении Лебега монотонных функций и интегрирование по частям.

Литература

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/Теорема_Ньютона_—_Лейбница
2. <https://zaochnik.com/spravochnik/matematika/integraly-integrirovanie/vychislenie-opredelennogo-integrala-formula-njuton/>
3. https://infourok.ru/referat_po_discipline_matematika_na_temu_istoriya_differencialnogo_ischisleniya_-524094.htm
4. <https://fis.wikireading.ru/6431>